

## Badanie samopodobieństwa obrazów metodą analizy fraktalnej

Zbigniew Omiotek

Wyższa Szkoła Zarządzania i Administracji w Zamościu

**Streszczenie:** *Ocena stopnia złożoności badanych obrazów może być realizowana m.in. za pomocą analizy fraktalnej, która dostarcza miary ilościowej w postaci wymiaru fraktalnego. Parametr ten jest ściśle powiązany z wykładnikiem Hursta opisującym poziom samopodobieństwa obrazu. W artykule zaprezentowano wyniki badań samopodobieństwa obrazów występujących w naturze, przedstawiających efekty działalności człowieka oraz tekstur, podczas których do szacowania wymiaru fraktalnego zastosowano metodę pudełkową. Uzyskane wyniki pokazały, iż parametr Hursta może być stosowany do klasyfikacji obrazów należących do takich kategorii, które wykorzystano do badań.*

### Wstęp

W wielu obszarach nauki istnieje potrzeba oceny stopnia złożoności analizowanych obrazów. Narzędziem stosowanym do oceny tej złożoności jest często analiza fraktalna, która dostarcza miary ilościowej w postaci wymiaru fraktalnego. Pojęcie fraktala zostało zdefiniowane przez Mandelbrota [Mandelbrot 1982]. Oznacza ono zbiór charakteryzujący się poniższymi cechami:

- jego wymiar Hausdorffa jest większy niż wymiar topologiczny,
- jest samopodobny, jeśli nie w sensie dokładnym, to przybliżonym lub stochastycznym,
- ma nietrywialną strukturę w każdej skali,
- struktura ta nie daje się łatwo opisać w języku tradycyjnej geometrii euklidesowej,
- ma naturalny wygląd („poszarpany”, „kłębiasty” itp.),
- ma względnie prostą definicję rekurencyjną.

Wymiar fraktalny jest często wykorzystywany w wielu dziedzinach prowadzonych obecnie badań jako kryterium służące do automatycznej klasyfikacji i rozpoznawania obrazów. Przykładowe obszary zastosowania wymiaru fraktalnego obejmują analizę i klasyfikację sygnałów EEG i obrazów MRI mózgu, rozpoznawanie skupisk zieleni, zmienności gatunkowej roślin, linii brzegowych, zjawisk atmosferycznych czy też identyfikację osób na podstawie tęczówki oka. Podczas szacowania wymiaru fraktalnego wykorzystywana jest koncepcja samopodobieństwa. Wyraża się ona w tym, iż obraz składa się z kopii (odpowiednio przekształconych) części samego siebie. Cechę tę można zauważyć na przykładzie większości obrazów obserwowanych w naturze (linie brzegowe, chmury, góry, drzewa, domy, twarze, skrzydła motyli, korozja metalu itd.).

Wymiar fraktalny charakteryzuje stopień złożoności obiektów, wykorzystując ocenę tego, jak szybko wzrastają długość, powierzchnia czy objętość, jeśli pomiar dokonywany jest z coraz większą dokładnością. W przypadku obiektów fraktalnych wykorzystana jest zasada, że dwie wielkości – długość, powierzchnia czy objętość – z jednej strony, a stopień dokładności – z drugiej – nie zmieniają się w sposób dowolny, lecz są związane prawem potęgowym, które pozwala wyznaczyć jedną wartość na podstawie drugiej. Istnieje wiele estymatorów wymiaru fraktalnego, z których najwięcej zastosowań mają wymiar pudełkowy oraz estymator Fouriera. Historia wymiaru fraktalnego sięga pracy Hausdorffa z 1918 r. Jakkolwiek definicja tego, co później zostało nazwane wymiarem Hausdorffa, nie jest przydatna w praktyce, ma jednak duże znaczenie teoretyczne i wykazuje istotny związek z wymiarem pudełkowym.

## 1. Metoda pudełkowa

W celu obliczenia wymiaru fraktalnego metodą pudełkową badany obraz należy umieścić na regularnej siatce składającej się z elementów o długości boków równej  $\delta$ , a następnie policzyć, ile elementów siatki (pudełek) pokrywa obraz. Liczba, którą otrzymamy ( $N(\delta)$ ), będzie zależna od rozmiaru elementów siatki. W dalszych iteracjach należy stopniowo zmniejszać wartość  $\delta$  i określać odpowiednie wartości  $N(\delta)$ . Istota określenia wymiaru pudełkowego polega więc na obserwacji, jak zmienia się  $N(\delta)$  przy zmianie  $\delta$  [Jurgens i inni 2002].

Dla obrazów występujących w naturze liczba elementów występujących w kolejnych iteracjach nie jest stała, dlatego wymiar pudełkowy określa się jako wartość graniczną, gdzie długość pudełka zmierza do zera. Zakładając, że  $N(\delta)$  jest liczbą pudełek o długości boku  $\delta$  pokrywających obraz, wymiar pudełkowy takiego obrazu jest zdefiniowany zależnością:

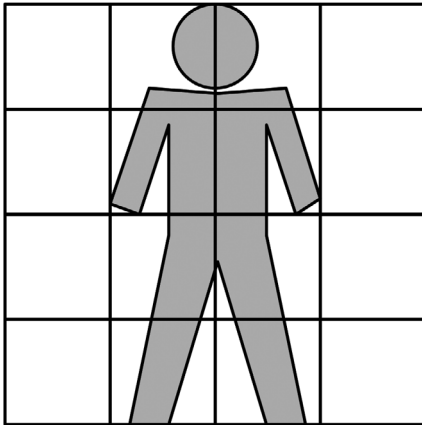
$$[1] \quad D_b = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\log(N(\delta))}{\log(1/\delta)}$$

przy założeniu, że granica istnieje. Praktycznie wymiar pudełkowy określa się w ten sposób, że rysujemy wykres  $\log(N(\delta))$  w funkcji  $\log(1/\delta)$  i aproksymujemy go linią prostą. Nachylenie otrzymanej prostej jest wymiarem pudełkowym. Na rys. 1 przedstawiono metodę obliczania wymiaru pudełkowego dla trzech wielkości elementów siatki. Dane wykorzystane do sporządzenia wykresu z rys. 1 zamieszczono w tab. 1.

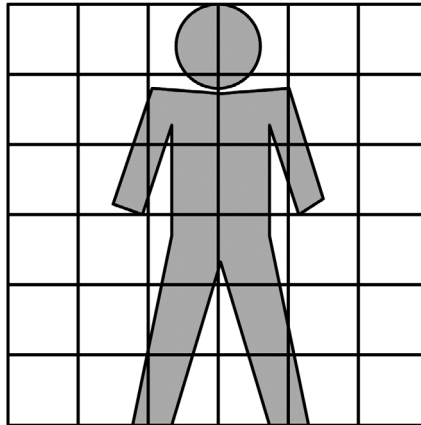
Tab. 1. Obliczanie wymiaru pudełkowego

$\delta$	$N(\delta)$	$\log(1/\delta)$	$\log(N(\delta))$	$D_b$
0,2500	8	0,6021	0,9031	1,798
0,1667	19	0,7781	1,2787	
0,0833	59	1,0793	1,7708	

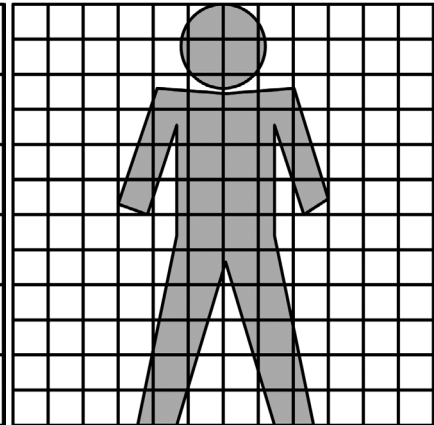
**$N(\delta) = 8, \delta = 0,2500$**

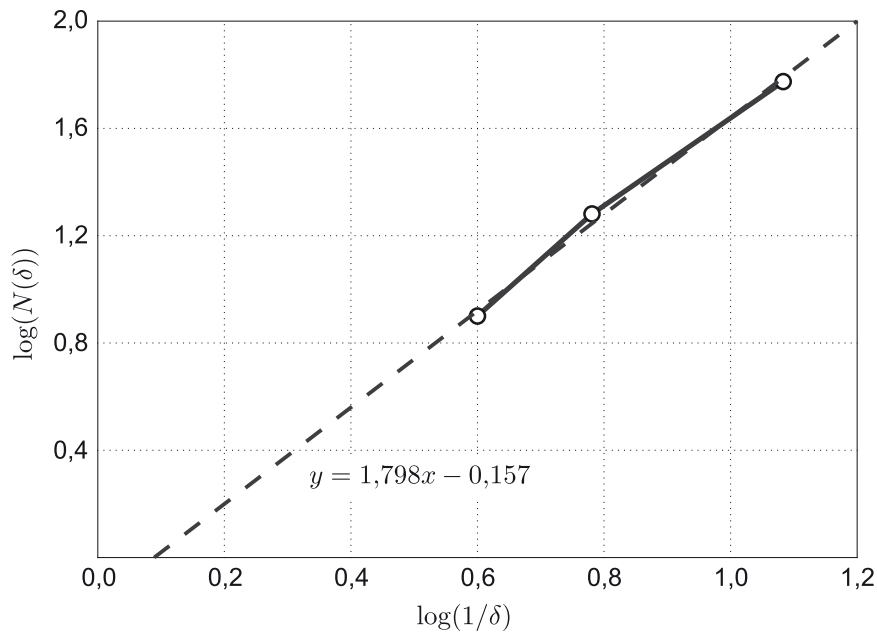


**$N(\delta) = 19, \delta = 0,1667$**



**$N(\delta) = 59, \delta = 0,0833$**





Rys. 1. Ilustracja metody obliczania wymiaru pudełkowego dla danych z tab. 1

## 2. Metoda Fouriera

Wymiar fraktalny obrazu można również wyznaczyć, stosując metodę Fouriera. Niech funkcja  $V_H(t)$  będzie liniową funkcją ruchu Browna lub ułamkowego ruchu Browna z zerową wartością średnią przyrostów Gaussa oraz wariancją:

$$[2] \quad E([V_H(t+\delta) - V_H(t)]^2) \approx |\delta|^{2H},$$

gdzie  $H \in (0, 1)$ .

Parametr  $H$  jest współczynnikiem Hursta ruchu Browna i jak zostało wykazane przez Pentlanda [Kube i Pentland 1988; Pentland 1984], jest on bezpośrednio związany z wymiarem fraktalnym  $D_F$  funkcji  $V_H(t)$  zależnością:

$$[3] \quad D_F = E + 1 - H,$$

gdzie  $E$  to wymiar topologiczny.

W pozycji [Pentland 1984] wykazano również, że  $V_H(t)$  ma widmo Fouriera o mocy  $F_H(f)$  takie, że:

$$[4] \quad F_H(f) \approx f^{-\beta},$$

oraz  $H$  jest związane z parametrem  $\beta$  zależnością:

$$[5] \quad \beta = 2H + 1.$$

Ponieważ każda poprzeczna sekcja dwuwymiarowej fraktalnej powierzchni Browna  $V_H(x, y)$  jest liniową funkcją ruchu Browna z identycznym  $H$ , możemy zapisać:

$$[6] \quad E([V_H(x + \delta \cos \gamma, y + \delta \sin \gamma) - V_H(x, y)]^2) \approx |\delta|^{2H}$$

dla niezależnych kątów  $\lambda$ . Funkcję, która spełnia ten warunek, nazywamy dwuwymiarowym ułamkowym ruchem Browna. Voss [1985] wykazał, że taki ruch posiada dwuwymiarowe widmo mocy o powierzchni opisanej zależnością:

$$[7] \quad F_H(f, \theta) \approx f^{-\beta},$$

gdzie:

$$[8] \quad \beta = 2H + 2.$$

Nachylenie widma obrazu  $\beta$  możemy wykorzystać do estymacji wymiaru fraktalnego  $D$ , stosując zależność:

$$[9] \quad D = 4 - \frac{\beta}{2},$$

gdzie  $2 \leq \beta \leq 4$ .

W przypadku małego samopodobieństwa badanego obrazu estymacja wymiaru fraktalnego za pomocą metody Fouriera jest dokładniejsza niż estymacja za pomocą wymiaru pudełkowego [Freeborough 1997].

### 3. Wyniki analizy fraktalnej obrazów

Cechy obrazów istotne w wielu obszarach przetwarzania cyfrowego (kompresja, analiza i rozpoznawanie) to m.in. kształt obiektów tworzących obraz, ich kolor, położenie oraz tekstura tych obiektów [Tadeusiewicz i Korohoda 1997]. Z kolei najważniejsze atrybuty tekstur stosowane do ich klasyfikacji to szorstkość (gładkość lub ziarnistość), kierunkowość, regularność i nieregularność oraz kontrast. Wymienione wyżej atrybuty zostały wykorzystane do podziału obrazów poddanych analizie na różne kategorie. W dalszej części artykułu przedstawiono wyniki analizy fraktalnej obrazów występujących w naturze, obrazów stanowiących wynik działalności człowieka oraz przykładowych tekstur<sup>1</sup>. Badane obrazy po przekształceniu do skali szarości poddawane były analizie za pomocą metody pudełkowej. Ze względu na specyfikę zastosowanej metody pomiarowej nie było konieczności przeprowadzania segmentacji obrazów. Do analizy wykorzystano oprogramowanie Fractal Analysis System [Omiotek i Grabowski 2006; Sasaki]. W celu wyznaczenia samopodobieństwa charakteryzującego dany obraz wykorzystano związek wymiaru fraktalnego ze współczynnikiem Hursta (zależność [3]).



Rys. 2. Zdjęcia z kategorii „góry” (rozmiar org. 800 x 600 pikseli)

Tab. 2. Wyniki analizy obrazów z rys. 2

Nr	$D_b$	$H$
1	2,4956	0,5044
2	2,4017	0,5983
3	2,3744	0,6256
4	2,3324	0,6676
5	2,2692	0,7308

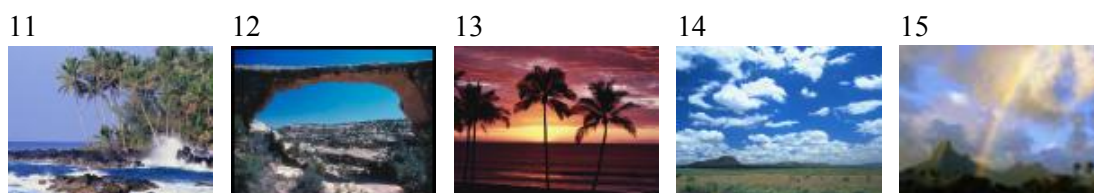


Rys. 3. Zdjęcia z kategorii „drzewa” (rozmiar org. 800 x 600 pikseli)

<sup>1</sup> The USC-SIPI Image Database: <http://sipi.usc.edu/database/>.

Tab. 3. Wyniki analizy obrazów z rys. 3

Nr	$D_b$	$H$
6	2,6375	0,3625
7	2,5838	0,4162
8	2,5495	0,4505
9	2,4998	0,5002
10	2,3914	0,6086



Rys. 4. Zdjęcia z kategorii „horyzont” (rozmiar org. 800 x 600 pikseli)

Tab. 4. Wyniki analizy obrazów z rys. 4

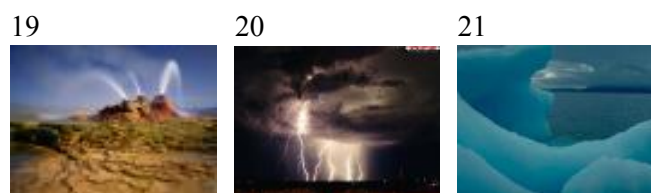
Nr	$D_b$	$H$
11	2,4455	0,5545
12	2,3702	0,6298
13	2,3253	0,6747
14	2,2748	0,7252
15	2,1625	0,8375



Rys. 5. Krajobrazy naturalne – kategoria „woda” (rozmiar org. 800 x 600 pikseli)

Tab. 5. Wyniki analizy obrazów z rys. 5

Nr	$D_b$	$H$
16	2,4805	0,5195
17	2,2574	0,7426
18	2,2391	0,7609



Rys. 6. Krajobrazy naturalne – kategoria „zjawiska” (rozmiar org. 800 x 600 pikseli)



Tab. 6. Wyniki analizy obrazów z rys. 6

Nr	$D_b$	$H$
19	2,3955	0,6045
20	2,1231	0,8769
21	2,0502	0,9498



Rys. 7. Krajobrazy powstałe w wyniku ingerencji człowieka – kategoria „dzieła” (rozmiar org. 800 x 600 pikseli)

Tab. 7. Wyniki analizy obrazów z rys. 7

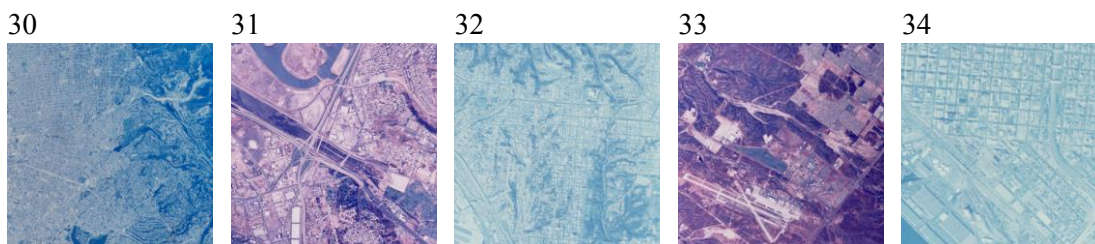
Nr	$D_b$	$H$
22	2,4659	0,5341
23	2,3065	0,6935
24	2,1117	0,8883



Rys. 8. Zdjęcia obiektów wytworzonych przez człowieka – kategoria „obiekty” (rozmiar org. 512 x 512 pikseli)

Tab. 8. Wyniki analizy obrazów z rys. 8

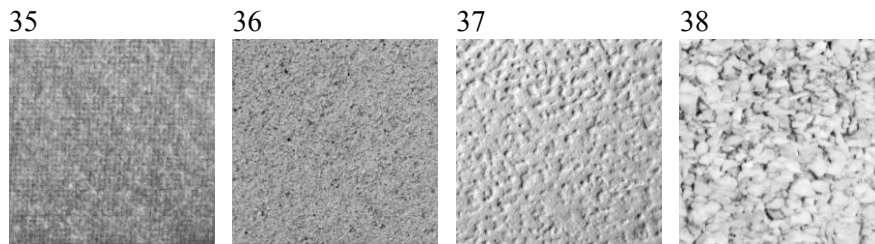
Nr	$D_b$	$H$
25	2,5794	0,4206
26	2,5086	0,4914
27	2,5058	0,4942
28	2,4499	0,5501
29	2,4280	0,5720



Rys. 9. Zdjęcia satelitarne aglomeracji miejskich – kategoria „aglomeracje” (rozmiar org. 512 x 512 pikseli)

Tab. 9. Wyniki analizy obrazów z rys. 9

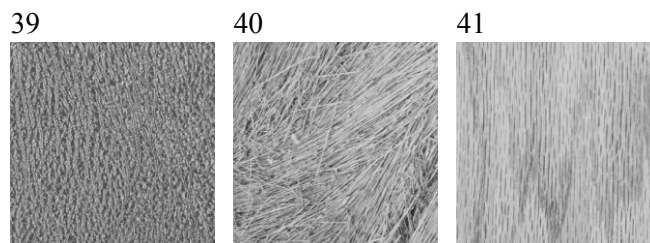
Nr	$D_b$	$H$
30	2,742	0,2580
31	2,695	0,3050
32	2,6427	0,3573
33	2,639	0,3610
34	2,598	0,4020



Rys. 10. Tekstury charakteryzujące się różnym poziomem „szorstkości” (rozmiar org. 512 x 512 pikseli)

Tab. 10. Wyniki analizy tekstur z rys. 10

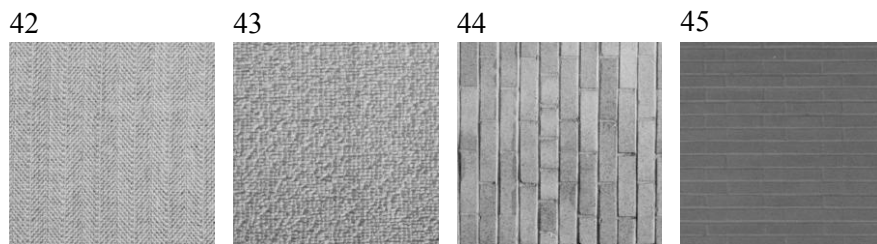
Nr	$D_b$	$H$
35	2,6368	0,3632
36	2,6303	0,3697
37	2,6165	0,3835
38	2,551	0,4490



Rys. 11. Tekstury charakteryzujące się różnym stopniem „kierunkowości” (rozmiar org. 512 x 512 pikseli)

Tab. 11. Wyniki analizy tekstur z rys. 11

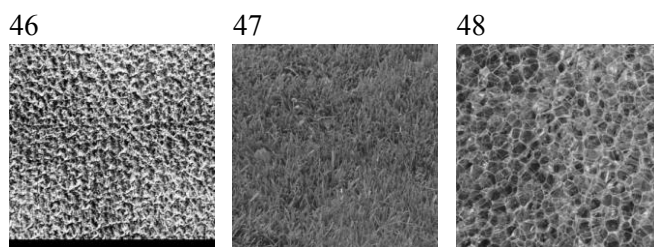
Nr	$D_b$	$H$
39	2,7336	0,2664
40	2,7131	0,2869
41	2,5605	0,4395



Rys. 12. Tekstury charakteryzujące się „regularnością” kształtów występujących na ich powierzchni (rozmiar org. 512 x 512 pikseli)

Tab. 12. Wyniki analizy tekstur z rys. 12

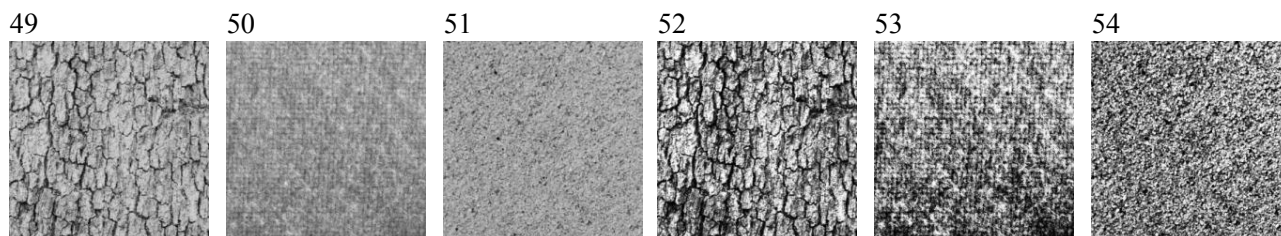
Nr	$D_b$	$H$
42	2,6792	0,3208
43	2,6222	0,3778
44	2,5874	0,4126
45	2,4925	0,5075



Rys. 13. Tekstury charakteryzujące się „nieregularnością” kształtów występujących na ich powierzchni (rozmiar org. 512 x 512 pikseli)

Tab. 13. Wyniki analizy tekstur z rys. 13

Nr	$D_b$	$H$
46	2,7904	0,2096
47	2,6928	0,3072
48	2,6341	0,3659

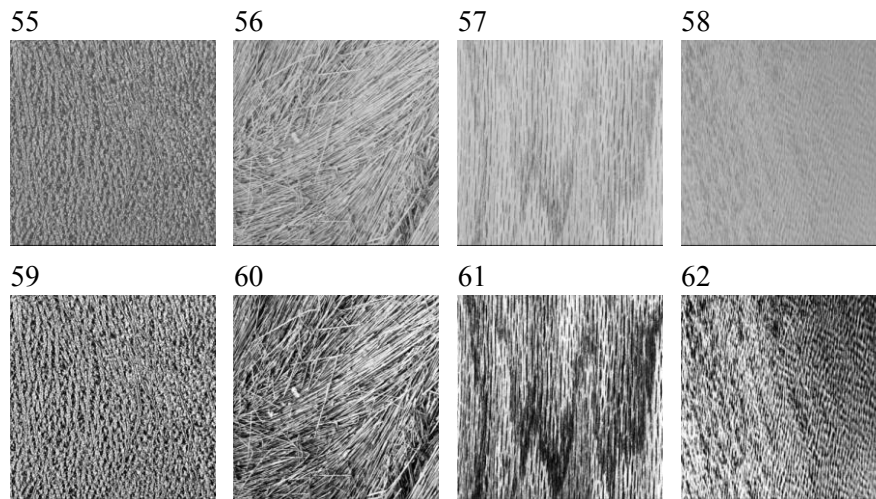


Rys. 14. Tekstury charakteryzujące się tym samym poziomem „szorstkości” oraz różnym kontrastem obrazu (rozmiar org. 512 x 512 pikseli)



Tab. 14. Wyniki analizy tekstur z rys. 14

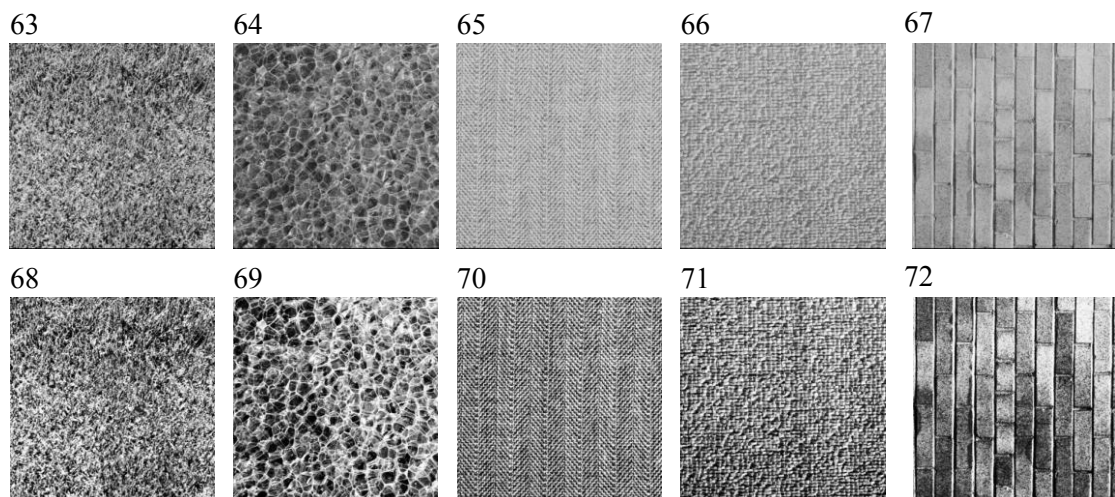
Mniejszy kontrast			Większy kontrast		
Nr	$D_b$	$H$	Nr	$D_b$	$H$
49	2,6829	0,3171	52	2,7711	0,2289
50	2,6368	0,3632	53	2,8019	0,1981
51	2,6303	0,3697	54	2,8165	0,1835



Rys. 15. Tekstury charakteryzujące się tym samym stopniem „kierunkowości” oraz różnym kontrastem obrazu (rozmiar org. 512 x 512 pikseli)

Tab. 15. Wyniki analizy tekstur z rys. 15

Mniejszy kontrast			Większy kontrast		
Nr	$D_b$	$H$	Nr	$D_b$	$H$
55	2,7336	0,2664	59	2,8001	0,1999
56	2,7131	0,2869	60	2,7846	0,2154
57	2,5605	0,4395	61	2,7434	0,2566
58	2,4519	0,5481	62	2,7722	0,2278



Rys. 16. Tekstury nieregularne i regularne charakteryzujące się różnym poziomem kontrastu obrazu (rozmiar org. 512 x 512 pikseli)

Tab. 16. Wyniki analizy tekstur z rys. 16

Mniejszy kontrast			Większy kontrast		
Nr	$D_b$	$H$	Nr	$D_b$	$H$
63	2,7661	0,2339	68	2,7925	0,2075
64	2,6341	0,3659	69	2,6849	0,3151
65	2,6792	0,3208	70	2,8207	0,1793
66	2,6222	0,3778	71	2,7516	0,2484
67	2,5874	0,4126	72	2,7477	0,2523

#### 4. Dyskusja wyników

Podczas badań przeprowadzono analizę fraktalną kilku wybranych zdjęć przedstawiających góry (rys. 2). Rozdzielczość badanych obrazów wynosiła 800 x 600 pikseli. Wszystkie obrazy wykazały obecność samopodobieństwa, co potwierdzają wartości współczynnika Hursta (tab. 2), zmieniające się od 0,5044 do 0,7308. Na podstawie zdjęć przedstawionych na rys. 2 można zaobserwować, iż kształt oraz złożoność krawędzi gór widocznych na zdjęciach ma pewien wpływ na wyniki analizy fraktalnej tych zdjęć. Jeżeli krawędzie są mniej kanciaste, a bardziej łagodnie oraz kontury gór są mniej złożone, tym większe samopodobieństwo cechuje dany obraz.

Na rys. 3 zaprezentowano zdjęcia drzew. W większości przypadków obrazy te nie wykazały cechy samopodobieństwa (tab. 3). Jedynie ostatni obraz (zdjęcie nr 10) wykazał obecność wspomnianej cechy. Współczynnik Hursta wyniósł w tym przypadku 0,6086. W przypadku zdjęć drzew duża liczba widocznych na zdjęciu szczegółów oraz brak wyraźnie zarysowanych konturów sprawia, iż samopodobieństwo takich obrazów jest stosunkowo niskie (zdjęcia nr 6 i 7). Natomiast zmniejszenie liczby szczegółów oraz wyraźne zarysowanie konturów drzew wpływa na pewne zwiększenie wartości współczynnika Hursta (zdjęcie nr 10).

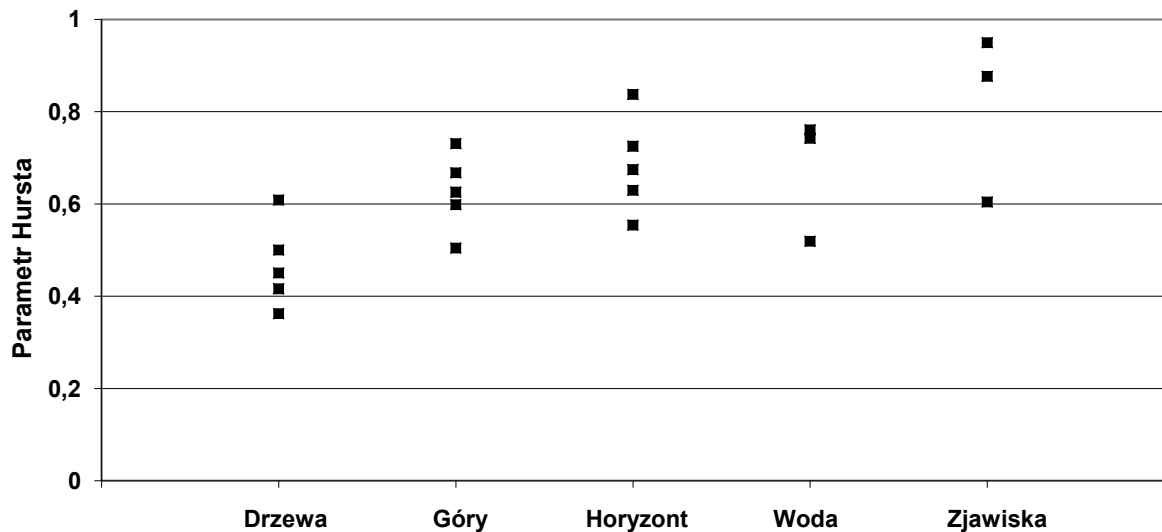
W toku dalszych badań przeanalizowano zdjęcia prezentujące linie horyzontu (rys. 4). Na trzech pierwszych zdjęciach (nr 11, 12 i 13) linia horyzontu jest prosta, a na dwóch ostatnich (nr 14 i 15) nieregularna. Jakkolwiek wszystkie badane obrazy wykazały obecność samopodobieństwa, to widać wyraźnie, iż obrazy z nieregularną linią horyzontu charakteryzują się znacznie wyższym niż pozostałe poziomem współczynnika Hursta (tab. 4).

Zdjęcia przedstawiające wodę zaprezentowano na rys. 5. W przypadku, gdy woda zajmuje prawie całą powierzchnię badanego obrazu (zdjęcie nr 16), współczynnik Hursta jest dość niski i posiada wartość 0,5195 (tab. 5). Obecność na zdjęciu linii brzegowej wraz z fragmentem łądu zdecydowanie zwiększa wartość współczynnika Hursta do poziomu 0,7426 (zdjęcie nr 17) oraz 0,7609 (zdjęcie nr 18).

Wykorzystując dane zawarte w tab. 2, 3 i 4, można porównać między sobą trzy omówione wcześniej kategorie zdjęć, tzn. góry, drzewa oraz horyzont. Wśród tych trzech kategorii średnia wartość współczynnika Hursta obrazów poddanych analizie jest największa dla horyzontu (0,6843), nieco mniejsza dla gór (0,6253) i zdecydowanie najmniejsza dla drzew (0,4676). Taka relacja jest również charakterystyczna dla wielu innych zdjęć, które zostały zbadane, ale nie zostały zamieszczone w niniejszym artykule. Na rys. 17 przedstawiono zestawienie wyników analizy obrazów występujących w naturze. Widać tam, iż poszczególnym kategoriom zdjęć można przypisać charakterystyczne dla nich zakresy zmian poziomu samopodobieństwa.

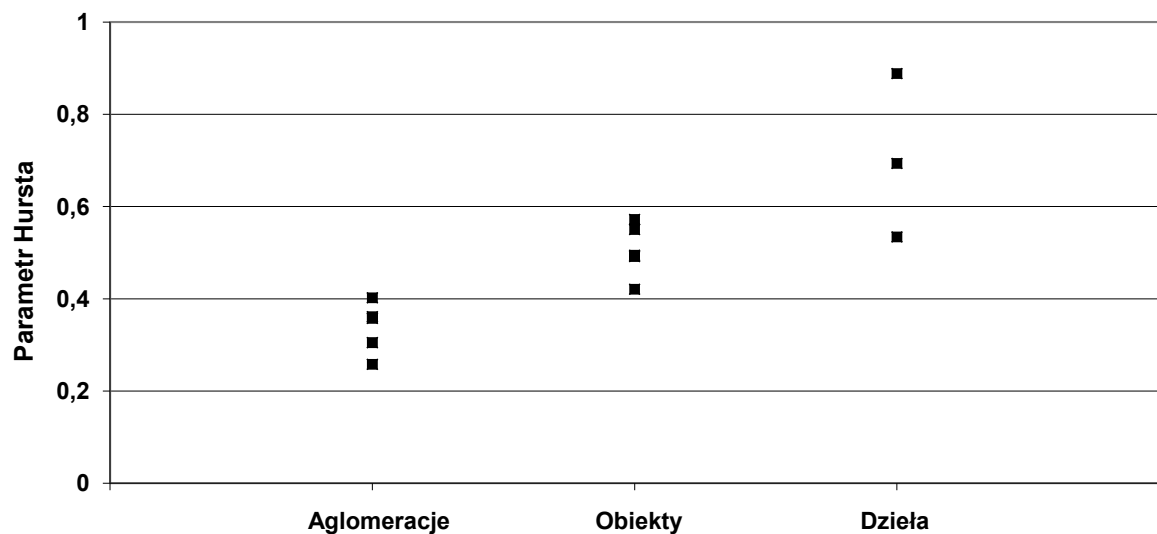
Na rys. 6 zamieszczono zdjęcia przedstawiające wybrane krajobrazy, które można zaobserwować w naturze (kategoria „zjawiska”). Są to widoki gejzerów (zdjęcie nr 19), błyskawic (zdjęcie nr 20) oraz krajobraz lodowcowy (zdjęcie nr 21). Na podkreślenie zasługuje fakt, iż w ostatnim przypadku (widok lodowca) współczynnik Hursta osiągnął największą wartość ze wszystkich analizowanych podczas badań obrazów i wyniósł 0,9498 (tab. 6). Zdjęcie lodowca charakteryzuje się małą liczbą szczegółów oraz długimi, łagodnymi konturami. Podobne cechy charakteryzują zdjęcie nr 5 przedstawiające góry, które w swojej kategorii posiada największy poziom samopodobieństwa (0,7308). Zatem mała złożoność kształtów oraz łagodne kontury występujące na obrazie są tymi cechami, które należy kojarzyć z dużym poziomem samopodobieństwa obrazu.

Analizie poddano również wybrane zdjęcia przedstawiające krajobrazy, które swoją postać w znacznej mierze zawdzięczają ingerencji człowieka (rys. 7, kategoria „dzieła”). Rozpiętość wartości współczynnika Hursta w tych obrazach jest znaczna (tab. 7) i zmienia się od wartości bardzo małej (0,5341) dla zdjęcia zabudowy miasta do bardzo dużej (0,8883) w przypadku zdjęcia kamiennego kręgu w Stonehenge.



Rys. 17. Wyniki analizy obrazów występujących w naturze. Poszczególne kategorie mają charakterystyczne dla siebie zakresy poziomu samopodobieństwa

Generalnie, zdjęcia przedstawiające efekty działalności człowieka (rys. 8, kategoria „obiekty”) charakteryzują się dużo mniejszym samopodobieństwem (tab. 8) w porównaniu z obrazami naturalnymi. Średnia wartość współczynnika Hursta zdjęć z rys. 8 wyniosła 0,5057. Dla porównania uśredniona wartość tego parametru dla gór wyniosła 0,6253, a dla horyzontu 0,6843.



Rys. 18. Wyniki analizy obrazów stanowiących wynik działalności człowieka. Występuje istotna różnica pomiędzy zakresami samopodobieństwa dla poszczególnych kategorii

Teżę sformułowaną wcześniej potwierdzają wyniki analizy fraktalnej zdjęć satelitarnych aglomeracji miejskich (rys. 9), które są postacią zawdzięczają przeciw działalności człowieka. Współczynnik Hursta osiąga w tym przypadku bardzo małe wartości, zmieniające się od 0,258 do 0,402 (tab. 9), a jego wartość średnia dla analizowanych zdjęć wynosi 0,3367. W przypadku obrazów stanowiących wynik działalności człowieka (podobnie jak dla wcześniejszych kategorii) również można określić charakterystyczne zakresy zmian poziomu samopodobieństwa dla poszczególnych kategorii. Świadczy o tym zestawienie wyników przedstawione na rys. 18.

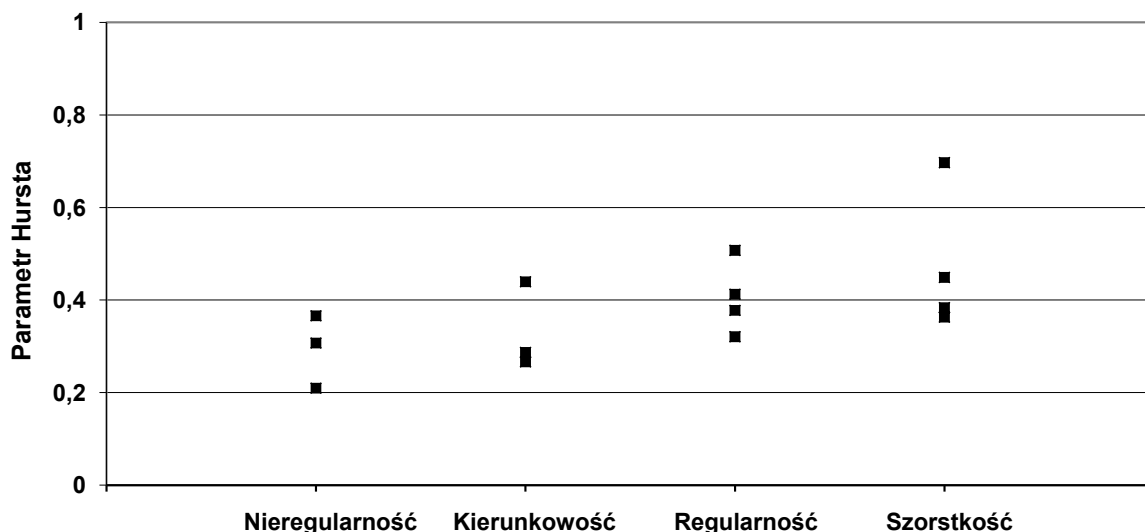
W dalszej części badań przeanalizowano tekstury podzielone na kilka kategorii. Kryterium podziału były takie atrybuty, jak szorstkość powierzchni (tekstura może być gładka lub ziarnista), kierunkowość powierzchni, regularność lub nieregularność kształtów występujących na teksturze oraz poziom kontrastu obrazu.

Na rys. 10 zaprezentowano przykładowe tekstury o różnym stopniu „szorstkości”. Ziarnistość powierzchni zmieniała się od stosunkowo drobnej dla tkaniny (tekstura nr 35), do grubej, charakteryzującej powierzchnię żwirową (tekstura nr 38). Wyniki analizy wskazują na związek między poziomem ziarnistości a współczynnikiem Hursta.

Tekstury gładze charakteryzują się mniejszą, a bardziej ziarniste – większą wartością tego parametru (tab. 10). W każdym przypadku wartość współczynnika Hursta była mniejsza, niż 0,5, co świadczy o braku samopodobieństwa.

Tekstury charakteryzujące się różnym stopniem „kierunkowości” zaprezentowano na rys. 11. Wyniki analizy (tab. 11) wskazują, iż w przypadku, gdy kierunek obiektów występujących na powierzchni obrazu staje się bardziej jednolity, rośnie wartość współczynnika Hursta charakteryzującego daną teksturę. Dla wszystkich analizowanych tekstur wartość współczynnika Hursta nie przekroczyła poziomu 0,5.

Kolejna kategoria tekstur poddanych analizie charakteryzowała się „regularnością” kształtów występujących na ich powierzchni (rys. 12). Tekstury charakteryzujące się większą regularnością oraz większym rozmiarem obiektów (nr 44 i 45) posiadają większą wartość współczynnika Hursta (tab. 12) w porównaniu z teksturami mniej regularnymi, z drobniejszą fakturą powierzchni (nr 42 i 43). Duży wpływ „regularności” kształtów występujących na powierzchni obrazu potwierdzają wyniki analizy tekstur zaprezentowanych na rys. 13. Tekstury te charakteryzują się „nieregularnością” powierzchni. Jak pokazują wyniki analizy (tab. 13), wartość współczynnika Hursta dla wszystkich przypadków jest znacznie mniejsza niż dla wcześniej analizowanych tekstur z dużą regularnością (nr 44 i 45). Na rys. 19 przedstawiono zbiorcze zestawienie wyników analizy dla tekstur. Podobnie jak na rys. 17 i 18, tak i w tym przypadku widać charakterystyczne zakresy zmian poziomu samopodobieństwa dla poszczególnych kategorii zdjęć.



Rys. 19. Wyniki analizy tekstur. Występuje pewna prawidłowość dotycząca zakresów samopodobieństwa dla poszczególnych kategorii

W ostatnim etapie eksperymentu zbadano wpływ poziomu kontrastu obrazu na wartość współczynnika Hursta charakteryzującego daną teksturę. W tym celu tekstury podzielono na trzy kategorie. Kryteria zastosowane do podziału to „szorstkość” (rys. 14), „kierunkowość” (rys. 15) oraz „regularność” powierzchni (rys. 16). W każdej kategorii wybrano dwie identyczne tekstury różniące się poziomem kontrastu obrazu. Wyniki analizy zamieszczone w tab. 14, 15 i 16 wskazują, iż obrazy z mniejszym kontrastem posiadają większą wartość współczynnika Hursta. Taka prawidłowość występuje dla wszystkich analizowanych przypadków. Wydaje się, iż zależność wartości współczynnika Hursta od kontrastu obrazu można powiązać z własnością zastosowanej metody pomiarowej, która podczas szacowania wymiaru fraktalnego wykorzystuje skalę szarości obrazu. Większy kontrast oznacza zmniejszenie liczby stopni szarości w zakresie od 0 do 255, a więc prostszy obraz do analizy.

## Posumowanie

Analiza fraktalna pozwoliła porównać między sobą obrazy naturalne oraz tekstury pod kątem występowania samopodobieństwa. Wyniki badań pokazały, iż generalnie, w przypadku obrazów naturalnych własność samopodobieństwa występuje i to na stosunkowo wysokim poziomie (współczynnik Hursta znacznie przekracza poziom 0,5). Odwrotnie jest w przypadku tekstur, gdzie nie zaobserwowano wspomnianej cechy. Dla niemalże wszystkich analizowanych tekstur współczynnik Hursta był znacznie mniejszy od 0,5. Pewnym mankamentem przeprowadzonej analizy była mała liczba zdjęć reprezentatywnych dla poszczególnych kategorii, co



wynikało z ograniczonego dostępu do zasobów oferujących materiał do badań. Jednak pomimo tego można było zaobserwować, iż poszczególne kategorie badanych obrazów charakteryzowały się pewnym specyficznym dla siebie zakresem zmian poziomu samopodobieństwa (rys. 17-19). Świadczy to o możliwości wykorzystania samopodobieństwa jako kryterium klasyfikacji przynajmniej dla tych kategorii obrazów, które były przedmiotem badań. W toku dalszych prac sprawdzona zostanie skuteczność parametru Hursta jako kryterium klasyfikacji obrazów należących do innych kategorii, np. zdjęć medycznych, w przypadku których istotne jest odróżnienie stanów patologicznych od typowych. Efektem tych prac będzie opracowanie narzędzia do automatycznej analizy obrazów wspomagającego proces klasyfikacji.

## Literatura

- FREEBOROUGH P.A. (1997): *A Comparison of Fractal Texture Descriptors*. [w:] A.F. Clark (red.): *BMVC97. Proceedings of the 8th British Machine Vision Conference, 8th-11th September 1997, University of Essex*, A Comparison of Fractal Texture Descriptors, Great Britain, BMVA.
- JURGENS H., PEITGEN H.-O., SAUPE D. (2002): *Fraktale. Granice chaosu. Cz. I*. Warszawa, Wydaw. Naukowe PWN.
- KUBE P., PENTLAND A. (1988): *On the Imaging of Fractal Surfaces*. „IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence”, nr 10(5), s. 704-707.
- MANDELBROT B.B. (1982): *The Fractal Geometry of Nature*. San Francisco, W.H. Freeman.
- OMIOTEK Z., GRABOWSKI F. (2006): *Metody badania źródeł informacji*. [w:] S. Węgrzyn (red.): *Nowe technologie sieci komputerowych*, t. I. Warszawa, Wydawnictwa Komunikacji i Łączności.
- PENTLAND A.P. (1984): *Fractal-Based Description of Natural Scenes*. „IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence”, nr 6(6), s. 661-674.
- SASAKI H.: *Fractal Analysis System for Windows*. [dostęp: 15.03.2011], [a:] <http://cse.naro.affrc.go.jp/sasaki/fractal/fractal-e.html>.
- TADEUSIEWICZ R., KOROHODA P. (1997): *Komputerowa analiza i przetwarzanie obrazów. Społeczeństwo Globalnej Informatyki*. Kraków, Wydaw. Fundacji Postępu Telekomunikacji.
- VOSS R.F. (1985): *Random Fractal Forgeries*. [w:] R.A. Earnshaw (red.): *Fundamental Algorithms for Computer Graphics. Proceedings of the NATO Advanced Study Institute on Fundamental Algorithms for Computer Graphics Held at Ilkley, Yorkshire, England, March 30 - April 12, 1985*. Berlin [u.a.], Springer.