

Wartość informacyjna odpowiedzi „bez zmian” w badaniach nastrojów gospodarczych

Mieczysław Kowerski

Wyższa Szkoła Zarządzania i Administracji w Zamościu

Streszczenie: *Stosując metodę sald, odpowiedzi bez zmian odrzuca się, wychodząc z założenia, że utrata informacji z tego powodu jest nieznaczna. Jednak przy takim podejściu w wielu badaniach rezygnujemy z ponad połowy ankiet. Powstaje więc pytanie czy rzeczywiście odpowiedź „bez zmian” nie niesie żadnych informacji i bez konsekwencji można z takich ankiet zrezygnować. Stoimy na stanowisku, że nie należy z tych danych rezygnować gdyż mogą one dostarczyć wielu ciekawych informacji o badanej populacji. W artykule do analizy przyczyn odpowiedzi „bez zmian” zaproponowano zastosowanie metody uporządkowanej zmiennej objaśnianej. Oszacowane modele pozwalają przeanalizować zmiany prawdopodobieństw odpowiedzi „bez zmian” na określone w ankiecie pytanie w zależności od różnych cech respondentów, ich odpowiedzi na inne pytania jak również w zależności od sytuacji społeczno-gospodarczej w regionie i w kraju.*

Wstęp

W większości badań nastrojów gospodarczych stosowane są trzy możliwości odpowiedzi: sytuacja pogorszyła się (pogorszy się), sytuacja nie zmieniła się, sytuacja poprawiła się (poprawi się). Stosując metodę sald, odpowiedzi bez zmian odrzuca się, wychodząc z założenia, że utrata informacji z tego powodu jest nieznaczna [Business... 2003, s. 33].

Jednak takie podejście sprawia, że w wielu badaniach rezygnujemy z ponad połowy ankiet. Powstaje więc pytanie czy rzeczywiście odpowiedź „bez zmian” nie niesie żadnych informacji i bez konsekwencji można z takich ankiet zrezygnować. Aby odpowiedzieć na to pytania należy zastanowić się dlaczego respondenci odpowiadają, że sytuacja nie uległa zmianie. Czy tylko dlatego, że rzeczywiście firma w bieżącym kwartale zatrudnia taką samą liczbę pracowników co kwartał wcześniej a konsument posiada obecnie takie same oszczędności jak kwartał wcześniej? Zapewne tak, ale wydaje się, że przyczyn odpowiedzi „bez zmian”, zwłaszcza na pytania oceniające sytuację, odpowiedź, na które nie może być oparta tylko na jednym wskaźniku (np. ocena sytuacji finansowej przedsiębiorstwa, czy ocena sytuacji na rynku pracy regionu) jest więcej. Niestety nie możemy wykluczyć, że jest to najlepszy sposób unikania konkretnej odpowiedzi, kiedy to respondent nie chce odpowiedzieć – chce po prostu „zbyć” ankietera. Ale, na co również zwraca się uwagę w wielu badaniach, jest to wyraz niepewności respondenta, który nie będąc pewny jak zmieniła się, lub co występuje jeszcze częściej, jak zmieni się sytuacja woli odpowiedzieć „bez zmian”. Mając to na uwadze stoimy na stanowisku, że z odpowiedzi „bez zmian” nie należy rezygnować, gdyż mogą one dostarczyć wielu ciekawych, dodatkowych informacji o badanej populacji.

W artykule do analizy przyczyn odpowiedzi „bez zmian” zaproponowano zastosowanie modeli uporządkowanej zmiennej objaśnianej¹. Modele uporządkowanej zmiennej objaśnianej stosowane są do analiz zjawisk dyskretnych już od ponad trzydziestu lat [Zavorina 1975]. Od wielu lat stosuje się je też do analizy koniunktury gospodarczej (nastrojów gospodarczych)². W Polsce najszerze prace nad za-

¹ Praca jest rozwinięciem koncepcji i rozważań zaprezentowanych w artykule: Bielak J., M. Kowerski: *Próba określenia czynników determinujących oceny regionalnego rynku pracy przez mieszkańców województwa lubelskiego*, Prace i Materiały Instytutu Rozwoju gospodarczego nr 80. SGH, Warszawa 2008, s. 233–258.

² M. Gruszczyński wymienia przeglądową pracę: Zimmermann K. F.: *Analysis of Business Surveys*, [w:] *Handbook of Applied Econometrics*, vol. II: *Microeconometrics*, Pesaran M. H., P. Schmid (ed.), Basil Blackwell, 1997 oraz: Lahiri K., Ivanova D.: *Determinants of Consumer Sentiment – over Time, over Households*, Joint Statistical Meetings, Baltimore, 1999, Kaiser U., A. Spitz: *Quantification of Qualitative Data Using Ordered Profit Models with an Application to a Business Survey in the German Service Sector*, Centre for European Economic Research, ZEW Discussion Paper No 00-58, Mannheim, 2000, Kaiser U., H. Ch. Kongsted, *True Versus Spurious State Dependence in Firm Performance: the Case of German Exports*, Centre for European Economic Research, ZEW Discussion Paper

stosowania modeli dyskretnych, w tym uporządkowanej zmiennej objaśnianej, w badaniach społeczno – ekonomicznych prowadzi prof. Marek Gruszczyński ze Szkoły Głównej Handlowej [Gruszczyński 2002, s. 329-349].

W prezentowanej pracy zastosowano koncepcję modeli mikro-makro³, która umożliwia analizę wpływu zjawisk makroekonomicznych na indywidualne oceny (odpowiedzi) respondentów. Oszacowane modele mikro-makro pozwalają przeanalizować zmiany prawdopodobieństw odpowiedzi „bez zmian” na określone w ankiecie pytanie w zależności od różnych cech respondentów, ich odpowiedzi na inne pytania jak również w zależności od sytuacji społeczno-gospodarczej w regionie i w kraju.

Omówiono przebieg zmienności funkcji prawdopodobieństw odpowiedzi w zależności od zmian wartości zmiennej makroekonomicznej.

Odpowiedzi bez zmian w metodzie sald i metodzie dyfuzji

W praktyce analizy wyników badań ankietowych najczęściej stosuje się dwie metody; metodę sald oraz metodę dyfuzji [Business 2003, s. 33].

W metodzie sald nie są brane w ogóle pod uwagę odpowiedzi „bez zmian” dlatego, że salda są kalkulowane według formuły:

$$[1] \quad S = 100(P - N)$$

gdzie:

S – saldo netto,

P – frakcja odpowiedzi pozytywnych,

N – frakcja odpowiedzi negatywnych.

W metodzie dyfuzji brane są pod uwagę odpowiedzi „bez zmian”, gdyż indeksy dyfuzji są kalkulowane według formuły:

$$[2] \quad DI = 100(P + E/2)$$

gdzie:

DI – indeks dyfuzji,

P – frakcja odpowiedzi pozytywnych,

E – frakcja odpowiedzi bez zmian.

Ale warto jednak prześledzić poniższe przekształcenia:

Ponieważ $E = 1 - P - N$ a więc $P = 1 - N - E$ to:

$$[3] \quad D = 100\left(1 - N - E + \frac{E}{2}\right) = 100\left(\frac{2 - 2N - 2E + E}{2}\right) = \frac{100(2 - 2N - E)}{2} =$$

$$\frac{100(1 - N - E + 1 - N)}{2} = \frac{100(P - N + 1)}{2} = \frac{100(P - N) + 100}{2} = \frac{S + 100}{2}$$

Tak więc pomiędzy DI a S jest zależność funkcyjna. I stąd właśnie wynika, że nie ma potrzeby analizowania odpowiedzi „bez zmian”, gdyż są one również w saldach.

Z kolei:

$$[4] \quad S = 2(DI - 50)$$

No 00-58, Mannheim, 2004 – na podstawie: Gruszczyński M., Kotłowski J., *Metody mikroekonometrii w ocenie zachowań przedsiębiorstw*. Prace i Materiały Instytutu Rozwoju gospodarczego nr 80. SGH, Warszawa 2008, s. 330.

³ Opis możliwości stosowania modeli mikro-makro do analizy nastrojów gospodarczych w województwie lubelskim można znaleźć w pracach: Kowerski M., *Zastosowanie modeli mikro-makro do oceny wpływu czynników makroekonomicznych na nastroje gospodarcze konsumentów województwa lubelskiego*, w: M. Lisiecki, H. Ponikowski (red.) *Od zmian globalnych do rozwoju lokalnego*, Wydawnictwo KUL, Lublin 2006, s. 341–353., Kowerski M., *Influence of Idiosyncratic and Macroeconomic Factors on Consumer Economic Sentiment of Lubelskie Region (Poland)*, Prace i Materiały IRG SGH nr 79, 2008.

Z tych wzorów wynika więc, że zarówno salda jak i indeksy dyfuzji niosą tę samą informację. Oba indeksy zmieniają się w tym samym kierunku, ale ze względu na rozstęp indeksy dyfuzji są większe niż salda. Indeksy dyfuzji na wykresach są bardziej spłaszczone niż salda.

Salda przyjmują wartość od -100 do 100, natomiast indeksy dyfuzji od 0 do 100

- jeżeli wszystkie odpowiedzi byłyby negatywne to indeks dyfuzji przyjąłby wartość 0, a saldo wyniosłoby -100
- jeżeli wszystkie odpowiedzi byłyby bez zmian to indeks dyfuzji przyjąłby wartość 50, a saldo wyniosłoby 0
- jeżeli 50% odpowiedzi byłaby pozytywna i 50% bez zmian to indeks dyfuzji przyjąłby wartość 75, a saldo wyniosłoby 50
- jeżeli wszystkie odpowiedzi byłyby pozytywne to indeks dyfuzji i saldo przyjąłby wartość 100.

A więc pomimo, że w definicji indeksów dyfuzji występuje frakcja odpowiedzi bez zmian to w praktyce można się bez niej obejść. A więc odpowiedzi „bez zmian” nie wnoszą nic do analiz.

W praktyce salda są o wiele częściej stosowane do prezentacji badań nastrojów gospodarczych, ale należy pamiętać, że salda można bardzo łatwo przekształcić w indeksy dyfuzji.

Odpowiedzi „bez zmian” w badaniach nastrojów gospodarczych konsumentów województwa lubelskiego

W prowadzonych od II kwartału 2001 roku badaniach nastrojów gospodarczych w województwie lubelskim [Kowerski 2008] odsetek odpowiedzi „bez zmian” jest zróżnicowany, chociaż w większości przypadków przekracza 50%.

Tab. 1. Odsetek odpowiedzi „bez zmian” w badaniach nastrojów gospodarczych konsumentów województwa lubelskiego (%)

Rok	Kwartał	Pyt.1	Pyt.3	Pyt.5	Pyt.7	Pyt.9
2001	2	41,3	62,3	59,8	49,5	
	3	43,7	68,2	66,6	54,5	
	4	50,0	69,7	64,6	58,8	
2002	1	54,3	58,7	55,8	53,2	39,6
	2	61,0	57,4	62,5	49,4	40,8
	3	56,4	60,6	61,2	60,0	54,8
	4	48,8	49,5	55,5	47,2	46,2
2003	1	56,0	59,4	58,6	43,1	46,3
	2	52,6	55,1	54,9	52,6	52,6
	3	55,9	56,2	48,4	56,4	51,9
	4	54,9	60,4	54,0	50,0	46,2
2004	1	55,3	59,9	55,0	57,0	56,7
	2	52,6	54,1	50,6	50,9	50,6
	3	52,9	51,1	49,4	57,7	52,9
	4	46,8	56,1	47,7	53,2	50,9
2005	1	44,5	53,8	57,2	58,7	59,5
	2	44,9	47,8	44,3	45,2	50,7
	3	62,4	54,6	62,1	60,9	64,7
	4	55,1	55,1	59,7	68,6	71,4
2006	1	60,6	60,6	64,9	63,4	66,6
	2	62,1	58,9	67,8	61,2	56,6
	3	59,5	47,7	65,2	57,8	44,3
	4	55,7	46,9	63,1	52,6	54,9
2007	1	66,0	54,3	65,1	64,6	61,4
	2	61,0	55,0	62,5	61,0	48,4
	3	52,0	49,4	57,4	52,6	52,0
	4	59,1	46,6	57,7	57,4	60,6
2008	1	56,3	46,9	62,0	56,9	64,9
II kwartał 2001 – I kwartał 2008		54,2	55,9	58,5	55,6	46,8

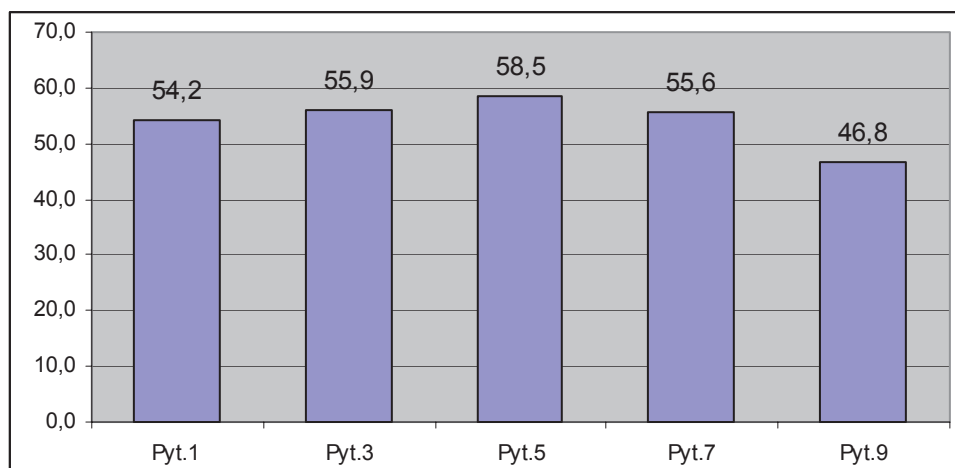
Pyt. 1 Jak oceniają Państwo obecną sytuację finansową swojego gospodarstwa domowego w porównaniu z sytuacją sprzed 3 miesięcy?

Pyt. 3 Wydatki na dobra konsumpcyjne w porównaniu do sytuacji sprzed 3 miesięcy.

Pyt. 5 Stan oszczędności w Państwa gospodarstwie domowym w porównaniu do sytuacji sprzed 3 miesięcy.

Pyt. 7 Jak oceniają Państwo obecną sytuację gospodarczą w województwie lubelskim w porównaniu z sytuacją sprzed 3 miesięcy?

Pyt. 9. Jak oceniają Państwo sytuację na rynku pracy w porównaniu z sytuacją sprzed 3 miesięcy.



Rys. 1. Odsetek odpowiedzi „bez zmian” w badaniach nastrojów gospodarczych konsumentów województwa lubelskiego w okresie od II kwartału 2001 do I kwartału 2008 (%)

Model uporządkowanej zmiennej objaśnianej

W prowadzonych badaniach ankietowych respondenci mają trzy możliwości odpowiedzi: sytuacja pogorszyła się, sytuacja nie uległa zmianie, sytuacja poprawiła się⁴.

Tak więc zmienna objaśniana przyjmuje trzy porangowane od najmniejszej do największej wartości, dla których nie są znane odległości pomiędzy sąsiednimi rangami. W takiej sytuacji najwłaściwszym sposobem wyjaśniania przyczyn zmienności zmiennej objaśnianej (przyczyn różnych odpowiedzi respondentów) jest zastosowanie modeli uporządkowanej zmiennej objaśnianej (ordered dependent variable models) [Gruszczyński 2002, s. 25]. W przypadku odpowiedzi respondentów na temat sytuacji na rynku pracy trudno bowiem utrzymać założenie o jednakowych dystansach pomiędzy sąsiadującymi kategoriami odpowiedzi. To znaczy założenie, że pomiędzy odpowiedzią, iż zjawisko pogorszyło się i nie zmieniło się a odpowiedzią, iż zjawisko nie zmieniło się a poprawiło się są takie same odległości. Przyjmuje się natomiast iż każdy respondent buduje własny model – ukrytej zmiennej objaśnianej (latent variable) Y^* :

$$[5] \quad y_i^* = (\mathbf{X}_i, \varepsilon_i)$$

gdzie:

y_i^* – wartość ukrytej zmiennej objaśnianej dla i-tego respondenta,

$\mathbf{X}_i$ – wektor wartości zmiennych objaśniających dla i-tego respondenta,

ε_i – składnik losowy,

na podstawie którego dokonuje odpowiedzi na postawione pytanie.

⁴ Nic nie stoi na przeszkodzie do zastosowania zaproponowanej procedury w przypadku gdy respondenci mają większy wybór odpowiedzi (Np. pięć: sytuacja pogorszyła się znacznie, sytuacja pogorszyła się nieznacznie, sytuacja nie uległa zmianie, sytuacja nieznacznie poprawiła się, sytuacja znacznie poprawiła się).

Wartość uporządkowanej zmiennej objaśnianej y_i zależy więc od wartości zmiennej ukrytej y_i^* zgodnie z regułą⁵.

$$[6] \quad y_i = \begin{cases} 1 & \text{dla } y_i^* \leq \gamma_1 \\ 2 & \text{dla } \gamma_1 < y_i^* \leq \gamma_2 \\ 3 & \text{dla } \gamma_2 < y_i^* \leq \gamma_3 \end{cases}$$

I nie ma żadnego znaczenia, że rangi zostały wybrane w sposób arbitralny i w innym modelu mogą one przyjmować inne wartości. Wszystko, czego wymaga się od zmiennych uporządkowanych, to zachowanie następującego warunku:

$$[7] \quad \text{jeżeli } y_i^* < y_j^* \text{ to } y_i < y_j$$

W prezentowanych rozważaniach przyjmujemy, że funkcja (5) jest liniowym modelem logitowym mikro-makro postaci:

$$[8] \quad \log it(Y_{it}) = \alpha_0 + \alpha_1 t + \sum_{j=1}^k \beta_j Z_{itj} + \sum_{l=1}^m \delta_l X_{il} + \pi U + \sum_{p=1}^r \lambda_p Q_p + \varepsilon_{it}$$

gdzie:

Y_{it} – zmienna objaśniana przyjmująca wartość 1 jeśli i -ty respondent odpowiedział, iż w kwartale t w porównaniu z kwartałem $t - 1$ sytuacja pogorszyła się, wartość 2 jeśli i -ty respondent odpowiedział, iż w kwartale t w porównaniu z kwartałem $t - 1$ sytuacja nie uległa zmianie oraz wartość 3 jeśli i -ty respondent odpowiedział, iż w kwartale t w porównaniu z kwartałem $t - 1$ sytuacja poprawiła się,

t – numer kwartału

Z_{itj} – j -ta zmienna objaśniająca, opisująca indywidualne cechy i -tego respondenta w kwartale t (zmienna idiosynkratyczna),

X_{il} – l -ta zmienna objaśniająca, opisująca wartości wybranego wskaźnika makroekonomicznego w kwartale t (zmienna makroekonomiczna),

U – zmienna sztuczna opisująca zjawisko szoku akcesyjnego i przyjmująca wartość 1 w I, II i III kwartale 2004 roku oraz wartość 0 w pozostałych kwartałach,

Q_p – wektor zmiennych sezonowych przyjmujących wartość 1 w kwartale p i wartość 0 w pozostałych kwartałach,

ε_{it} – składnik losowy.

Przy czym wszystkie wyspecyfikowane grupy wektorów zmiennych objaśniających tworzą macierz zmiennych objaśniających:

$$[9] \quad \mathbf{X}_i = [\mathbf{1} \quad t \quad X \quad Z \quad U \quad Q]$$

Natomiast wszystkie parametry tworzą wektor parametrów

$$param = [\alpha_0 \quad \alpha_1 \quad \beta \quad \delta \quad \pi \quad \lambda]$$

To powoduje, że prawdopodobieństwa wystąpienia każdej z rang zmiennej Y są następujące:

$$[10] \quad \begin{aligned} \Pr(y_i = 1 | \mathbf{X}_i, param, \gamma) &= F(\gamma_1 - \log it(Y_i)) \\ \Pr(y_i = 2 | \mathbf{X}_i, param, \gamma) &= F(\gamma_2 - \log it(Y_i)) - F(\gamma_1 - \log it(Y_i)) \\ \Pr(y_i = 3 | \mathbf{X}_i, param, \gamma) &= 1 - F(\gamma_2 - \log it(Y_i)) \end{aligned}$$

przy czym F to dystrybuanta zmiennej losowej ε .

⁵ EViews 5.1 User's Guide Quantitative Micro Software, LLC, Irvine CA, s. 639.

Wielkości γ_1, γ_2 są punktami granicznymi i są szacowane łącznie z parametrami modelu za pomocą metody największej wiarygodności poprzez maksymalizację logarytmu wiarygodności:

$$[11] \quad L(\beta, \gamma) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^3 \log(\Pr(y_i = j | \mathbf{X}_i, param, \gamma)) \cdot 1(y_i = j)$$

gdzie $1(\cdot)$ jest wskaźnikiem funkcji, który przyjmuje wartość 1 jeśli argument jest prawdziwy i wartość 0 jeśli argument jest fałszywy.

Oba punkty graniczne γ_1, γ_2 nie mają bezpośredniej interpretacji, ponieważ odnoszą się do przedziału zmienności nieznanymi wartości zmiennej ukrytej Y^* . Przedmiotem porównania pomiędzy konkurencyjnymi modelami może być odległość pomiędzy γ_1 i γ_2 , która oznacza szerokość przedziału

wartości Y^* dla obserwowanej kategorii $y_i^* = 2$, to jest dla odpowiedzi „bez zmian” [Gruszczyński, Kotłowski 2001, s. 58].

Maksymalizacji funkcji wiarygodności można dokonać za pomocą kilku metod. W programie EViews są to metody Newtona-Raphsona oraz Goldfelda-Quandt (quadratic hill-climbing).

Najczęściej przyjmuje się, że modele uporządkowanej zmiennej objaśnianej mają postać modelu probitowego lub logitowego.

Jeżeli założymy, że model uporządkowanej zmiennej objaśnianej jest probitowy to funkcja F jest dystrybuantą standaryzowanego rozkładu normalnego, której wartości można odczytać bezpośrednio z tablic dystrybuanty standaryzowanego rozkładu normalnego. Jeżeli natomiast przyjmujemy, że model uporządkowanej zmiennej objaśnianej jest logitowy to funkcja F jest dystrybuantą rozkładu logistycznego, której wartości obliczamy według formuły:

$$[12] \quad F(y) = \frac{e^y}{1 + e^y}$$

Wybierając spośród wielu modeli najlepsze, kierowano się kryterium maksymalizacji wartości współczynnika determinacji McFaddena [Gruszczyński 2002, s. 65], jednocześnie przestrzegając zasady, iż model powinien składać się tylko z tych zmiennych, przy których parametry są istotne statystycznie i koincydentne [Hellwig 1976].

Przebieg zmienności funkcji prawdopodobieństw odpowiedzi w zależności od zmian wybranej zmiennej makroekonomicznej

Założmy, że oszacowany model uporządkowanej zmiennej objaśnianej ma postać:

$$[13] \quad \text{Logit} \hat{Y}_{it} = a_0 + a_1 + \sum_{j=1}^k b_j Z_{itj} + \sum_{l=1}^m d_l X_{tl} + pU + \sum_{p=1}^r g_p Q_p$$

Aby analizować zmiany prawdopodobieństw odpowiedzi na pytanie w zależności od wybranej (jednej) zmiennej makroekonomicznej ustalmy, że zmienną tą będzie zmienna X_{tm} .

Wtedy oszacowany model przyjmie postać:

$$[14] \quad \text{Logit} \hat{Y}_{it} = a_0 + a_1 + \sum_{j=1}^k b_j Z_{itj} + \sum_{l=1}^{m-1} d_l X_{tl} + pU + \sum_{p=1}^r g_p Q_p + d_m X_{tm}$$

Oznacza to, że wartości pozostałych zmiennych modelu są ustalone a więc możemy przyjąć, że:

$$[15] \quad a_0 + a_1 + \sum_{j=1}^k b_j Z_{itj} + \sum_{l=1}^{m-1} d_l X_{tl} + pU + \sum_{p=1}^r g_p Q_p = R_{it}$$

Tym samym oszacowana funkcja ma postać:

$$[16] \quad \text{Logit} \hat{Y}_{it} = R_{it} + d_m X_{tm}$$

A prawdopodobieństwo przyjęcia przez zmienną Y wartości 1 wynosi:

$$[17] \quad P(Y=1) = \frac{e^{(c_1 - R_{it} - d_m X_{tm})}}{1 + e^{(c_1 - R_{it} - d_m X_{tm})}}$$

przy czym c_1 jest otrzymanym w procesie estymacji oszacowaniem wartości granicznej γ_1 . Dla nadania dalszemu wywodowi większej przejrzystości założmy, że wartość $d_m > 0$ i zrezygnujmy z indeksu i . Przyjmijmy też, że $X_{tm} \geq 0$ i również zrezygnujmy z indeksów. Założmy, że zmienna X jest stymulantą. Różnica: $c_1 - R_{it} = f_1$.

Wtedy prawdopodobieństwo, iż respondent odpowie, że sytuacja pogorszyła się jest funkcją jednej zmiennej (X):

$$[18] \quad P(Y=1) = \frac{e^{(f_1 - dx)}}{1 + e^{(f_1 - dx)}}$$

Funkcja przyjmuje tylko dodatnie wartości.

$$[19] \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} P(Y=1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{(f_1 - dx)}}{1 + e^{(f_1 - dx)}} = 1$$

Przy czym dla $x = 0$

$$[20] \quad P(Y=1) = \frac{e^{f_1}}{1 + e^{f_1}} > 0$$

$$[21] \quad \lim_{x \rightarrow \infty} P(Y=1) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{(f_1 - dx)}}{1 + e^{(f_1 - dx)}} = 0$$

$$[22] \quad \frac{dP(Y=1)}{dx} = \frac{-de^{(f_1 - dx)}}{[1 + e^{(f_1 - dx)}]^2}$$

Pierwsza pochodna, przy przyjętym wcześniej założeniu o dodatniej wartości d , jest zawsze ujemna, a więc jest to funkcja malejąca w całej swojej dziedzinie, której wartości zamykają się w przedziale $(0; 1)$

Wraz ze wzrostem wartości zmiennej X prawdopodobieństwo, iż respondent odpowie, że sytuacja pogorszyła się maleje.

Druga pochodna funkcji prawdopodobieństwa ma postać:

$$[23] \quad \frac{d^2 P(Y=1)}{dx^2} = \frac{d^2 e^{(f_1 - dx)} [e^{2(f_1 - dx)} - 1]}{[1 + e^{(f_1 - dx)}]^4}$$

Przyrównanie drugiej pochodnej do zera prowadzi do następującej sekwencji równań:

$$[24] \quad \begin{aligned} e^{2(f_1 - dx)} &= 1 \\ 2(f_1 - dx) &= 0 \end{aligned}$$

a więc:

$$[25] \quad x_{p1} = \frac{f_1}{d} = \frac{c_1 - R}{d}$$

Dla x_{p1} mamy:

$$[26] \quad P(Y=1) = \frac{e^{\left(f_1 - d \frac{f_1}{d}\right)}}{1 + e^{\left(f_1 - d \frac{f_1}{d}\right)}} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

Dla $x \in \left(-\infty; \frac{f_1}{d}\right)$ funkcja jest wypukła, natomiast dla $x \in \left(\frac{f_1}{d}; \infty\right)$ funkcja jest wklęsła.

Tak więc funkcja prawdopodobieństwa odpowiedzi na pytanie, że sytuacja pogorszyła się jest malejącą krzywą logistyczną osiągającą wartość 0,5 w punkcie przegięcia.

Z kolei prawdopodobieństwo, iż respondent odpowie, iż sytuacja poprawiła się jest funkcją zmiennej (X) postaci:

$$[27] \quad P(Y = 3) = 1 - \frac{e^{(f_2 - dx)}}{1 + e^{(f_2 - dx)}}$$

przy czym $f_2 = c_2 - R_{it}$, gdzie c_2 jest oszacowanie parametru γ_2 . Podobnie jak funkcja $P(Y = 1)$ przyjmuje wartości z przedziału (0 ; 1)

Pierwsza pochodna tej funkcji wynosi:

$$[28] \quad \frac{dP(Y = 3)}{dX} = \frac{de^{(f_2 - dx)}}{\left[1 + e^{(f_2 - dx)}\right]^2}$$

A więc przy przyjętym wcześniej założeniu o dodatniej wartości d jest zawsze większa od zera a to oznacza, że jest to funkcja rosnąca w całej swojej dziedzinie. Wraz ze wzrostem wartości zmiennej X prawdopodobieństwo, iż respondent odpowie, że sytuacja poprawiła się rośnie.

Druga pochodna funkcji prawdopodobieństwa ma postać:

$$[29] \quad \frac{d^2 P(Y = 3)}{dx} = \frac{-d^2 e^{(f_2 - dx)} \left[e^{2(f_2 - dx)} - 1 \right]}{\left[1 + e^{(f_2 - dx)} \right]^4}$$

Porównanie drugiej pochodnej do zera prowadzi do następującej sekwencji równań:

$$[30] \quad \begin{aligned} e^{2(f_2 - dx)} &= 1 \\ 2(f_2 - dx) &= 0 \end{aligned}$$

a więc:

$$[31] \quad X_{p3} = \frac{f_2}{d} = \frac{c_2 - R}{c}$$

Porównanie obu punktów przegięcia prowadzi do wniosku, że ze względu na to iż $c_2 > c_1$ to $x_{p3} > x_{p1}$

Funkcje prawdopodobieństw wystąpienia 1 oraz 3 równają się gdy:

$$[32] \quad \begin{aligned} P(Y = 1) &= P(Y = 3); \\ \frac{e^{(f_1 - dx)}}{1 + e^{(f_1 - dx)}} &= 1 - \frac{e^{(f_2 - dx)}}{1 + e^{(f_2 - dx)}} \\ e^{(f_2 - dx)} e^{(f_1 - dx)} &= 1 \\ f_1 + f_2 - 2dx &= 0 \\ x &= \frac{f_1 + f_2}{2d} \end{aligned}$$

Funkcje prawdopodobieństw $P(Y = 1)$ oraz $P(Y = 3)$ przecinają się w punkcie, który jest średnią arytmetyczną ich punktów przegięcia.

Teraz przeanalizujemy przebieg zmienności funkcji prawdopodobieństwa, że respondent odpowie, iż sytuacja nie zmieniła się. Postać tej funkcji jest następująca:

$$[33] \quad P(Y=2) = \frac{e^{(f_2-dx)}}{1+e^{(f_2-dx)}} - \frac{e^{(f_1-dx)}}{1+e^{(f_1-dx)}}$$

Mając na uwadze, że $f_2 > f_1$ wartości tej funkcji są zawsze większe od zera

$$[34] \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} P(Y=2) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{e^{(f_2-dx)}}{1+e^{(f_2-dx)}} - \frac{e^{(f_1-dx)}}{1+e^{(f_1-dx)}} \right) = 0$$

$$[35] \quad \lim_{x \rightarrow \infty} P(Y=2) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{e^{(f_2-dx)}}{1+e^{(f_2-dx)}} - \frac{e^{(f_1-dx)}}{1+e^{(f_1-dx)}} \right) = 0$$

Jeżeli: $x = 0$ to:

$$[36] \quad P(Y=2) = \frac{e^{(f_2)}}{1+e^{(f_2)}} - \frac{e^{(f_1)}}{1+e^{(f_1)}} \text{ przy czym } f_2 > f_1 \text{ a to znaczy, że } P(Y=2) > 0$$

Oznacza to, że funkcja posiada wartości dodatnie dla ujemnych wartości zmiennej X ale zjawiska ekonomiczne nie przyjmują ujemnych wartości a więc ta część krzywej jest nieprzydatna.

$$[37] \quad \frac{dP(Y=2)}{dx} = \frac{-de^{(f_2-dx)}}{[1+e^{(f_2-dx)}]^2} + \frac{de^{(f_1-dx)}}{[1+e^{(f_1-dx)}]^2}$$

Funkcja osiąga ekstremum, gdy zachodzi:

$$[38] \quad \frac{-e^{(f_2-dx)}}{[1+e^{(f_2-dx)}]^2} + \frac{e^{(f_1-dx)}}{[1+e^{(f_1-dx)}]^2} = 0$$

stąd:

$$[39] \quad e^{(f_1-dx)} - e^{(f_2-dx)} = 0 \vee 1 - e^{(f_1-dx)} e^{(f_2-dx)} = 0$$

Pierwsze równanie jest sprzeczne, natomiast rozwiązaniem drugiego równania jest:

$$[40] \quad x = \frac{f_1 + f_2}{2d}$$

Tak więc funkcja $P(Y=2)$ osiąga ekstremum w punkcie przecięcia funkcji $P(Y=1)$ oraz $P(Y=3)$

Aby pochodna była większa od zera to:

$$[41] \quad [e^{(f_1-dx)} - e^{(f_2-dx)}] \cdot [1 - e^{(f_1-dx)} e^{(f_2-dx)}] > 0$$

Wyrażenie $[e^{(f_1-dx)} - e^{(f_2-dx)}]$ jest zawsze mniejsze od zera.

A więc powinno zajść:

$$[42] \quad 1 - e^{(f_1-dx)} e^{(f_2-dx)} < 0$$

$$x < \frac{f_1 + f_2}{2d}$$

Czyli dla wartości mniejszych od ekstremum pochodna jest dodatnia a dla wartości większych od ekstremum pochodna jest ujemna. A to znaczy, że w punkcie: $x = \frac{f_1 + f_2}{2d}$ funkcja $P(Y=2)$ osiąga maksimum.

Obliczamy wartości poszczególnych funkcji w punkcie $x = \frac{f_1 + f_2}{2d}$:

$$[43] \quad P\left(Y=1 \middle| x = \frac{f_1 + f_2}{2d}\right) = \frac{e^{\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right)}}{1 + e^{\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right)}}$$

$$[44] \quad P\left(Y=3 \middle| x = \frac{f_1 + f_2}{2d}\right) = \frac{e^{\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right)}}{1 + e^{\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right)}}$$

$$[45] \quad P\left(Y=2 \middle| x = \frac{f_1 + f_2}{2d}\right) = \frac{e^{\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right)}}{1 + e^{\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right)}} = \frac{1 - e^{\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right)}}{1 + e^{\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right)}}$$

Oczywiście:

$$[46] \quad P\left(Y=1 \middle| x = \frac{f_1 + f_2}{2d}\right) + P\left(Y=2 \middle| x = \frac{f_1 + f_2}{2d}\right) + P\left(Y=3 \middle| x = \frac{f_1 + f_2}{2d}\right) = 1$$

Obliczamy również punkty przecięcia funkcji $P(Y=1)$ oraz $P(Y=2)$. Jest to:

$$[47] \quad x_{p1=p2} = \frac{f_1 + f_2 - \ln(-2e^{f_1} + e^{f_2})}{d}$$

Obliczamy wartość funkcji $P(Y=1)$ w tym punkcie:

$$[48] \quad P\left(Y=1 \middle| \frac{f_1 + f_2 - \ln(-2e^{f_1} + e^{f_2})}{d}\right) = \frac{1 - 2e^{(f_1 - f_2)}}{2 - 2e^{(f_1 - f_2)}}$$

oraz funkcji $P(Y=2)$ i $P(Y=3)$, który wynosi:

$$[49] \quad x_{p2=p3} = \frac{\ln(-2e^{f_1} + e^{f_2})}{d}$$

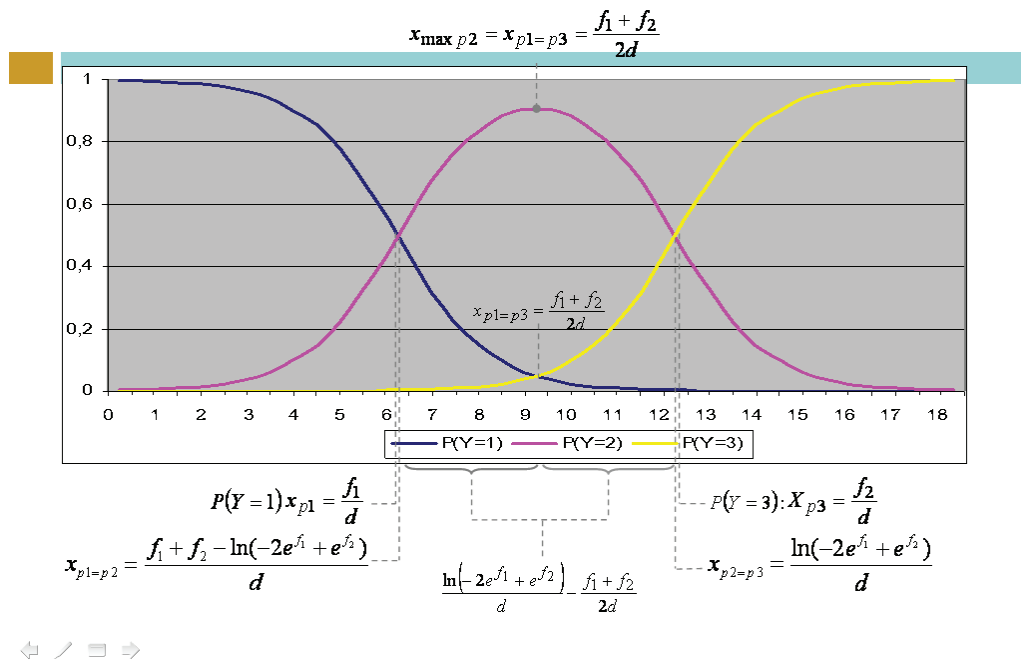
Obliczamy wartość funkcji $P(Y=3)$ w tym punkcie:

$$[50] \quad P\left(Y=3 \middle| \frac{\ln(-2e^{f_1} + e^{f_2})}{d}\right) = \frac{1 - 2e^{(f_1 - f_2)}}{2 - 2e^{(f_1 - f_2)}}$$

Obliczamy odległość pomiędzy punktami przecięć funkcji $P(Y=1)$ i $P(Y=2)$ oraz $P(Y=1)$ i $P(Y=3)$ (jest to jednocześnie punkt, w którym maksimum osiąga funkcja $P(Y=2)$):

$$[51] \quad \begin{aligned} \text{Odległość} &= \frac{f_1 + f_2}{2d} - \frac{f_1 + f_2 - \ln(-2e^{f_1} + e^{f_2})}{d} = \\ &= \frac{f_1 + f_2 - 2f_1 - 2f_2 - \ln(-2e^{f_1} + e^{f_2})}{2d} = \frac{\ln(-2e^{f_1} + e^{f_2})}{d} - \frac{f_1 + f_2}{2d} \end{aligned}$$

Odległość pomiędzy punktami przecięć funkcji $P(Y=2)$ i $P(Y=3)$ oraz $P(Y=1)$ i $P(Y=3)$ jest identyczna.



Rys. 2. Wykres funkcji prawdopodobieństw odpowiedzi w zależności od zmian wartości zmiennej makroekonomicznej, przy założeniu, że $f_1 = 6$, $f_2 = 12$, $d = 1$

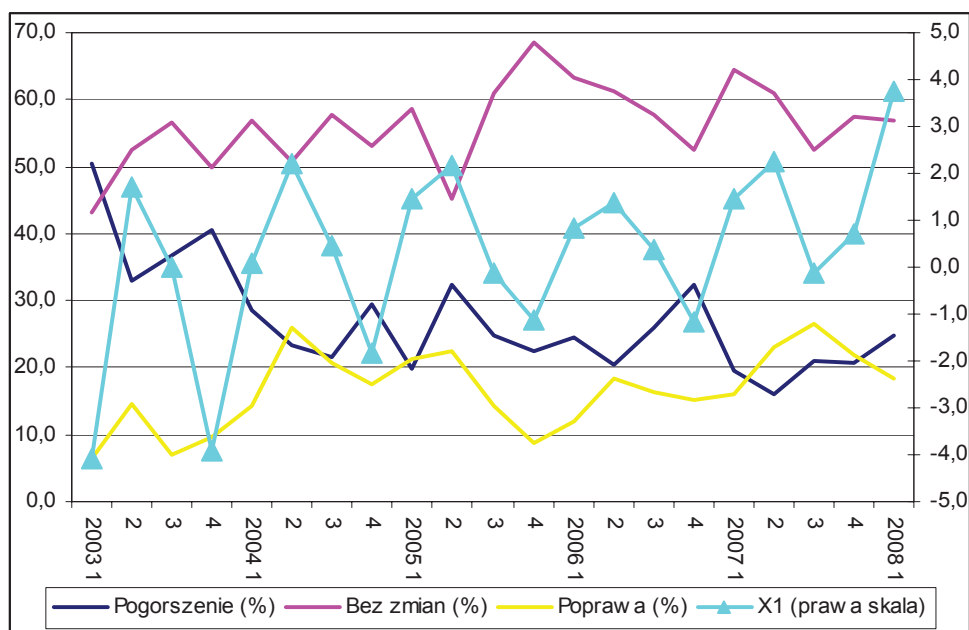
Funkcja prawdopodobieństw odpowiedzi w zależności od zmian wartości zmiennej makroekonomicznej jest funkcją symetryczną, przy czym osią symetrii jest asymptota pionowa

$$[52] \quad x_{\max p2} = x_{p1=p3} = \frac{f_1 + f_2}{2d}$$

Zaproponowany model zakłada następujące zachowania respondentów: Wraz z poprawą sytuacji makroekonomicznej (zmienna X jest stymulantą) maleje w sposób logistyczny prawdopodobieństwo odpowiedzi, iż sytuacja uległa pogorszeniu i rośnie w sposób logistyczny prawdopodobieństwo odpowiedzi, iż sytuacja uległa poprawie. Natomiast prawdopodobieństwo odpowiedzi, iż sytuacja nie uległa zmianie początkowo rośnie (kosztownością spadku prawdopodobieństwa odpowiedzi, iż sytuacja uległa pogorszeniu – część respondentów, którzy dotychczas uważali, że następuje pogorszenie straciła tę pewność i odpowiada „bez zmian” co jest miarą niepewności. Jednakże po osiągnięciu maksymalnej wartości prawdopodobieństwo odpowiedzi „bez zmian” zaczyna spadać na rzecz dalszego wzrostu prawdopodobieństwa odpowiedzi, że sytuacja uległa poprawie – część respondentów, którzy dotychczas nie byli pewni ocen zaczyna, w miarę wzrostu wartości zmiennej makroekonomicznej, nabierać przekonania, że w istocie nastąpiła poprawa sytuacji.

Zmiany prawdopodobieństw ocen sytuacji gospodarczej województwa lubelskiego w zależności od zmian dynamiki liczby pracujących w sektorze przedsiębiorstw

Zaprezentowane w artykule rozważania zostaną zilustrowane analizą zmian prawdopodobieństw ocen sytuacji gospodarczej województwa lubelskiego przez konsumentów w zależności od zmian dynamiki liczby pracujących w sektorze przedsiębiorstw województwa w danym kwartale w porównaniu z poprzednim kwartałem w okresie od I kwartału 2003 roku do I kwartału 2008 roku.



Rys. 3. Zmiany udziałów wariantów ocen sytuacji gospodarczej województwa oraz dynamiki liczby pracujących w sektorze przedsiębiorstw (prawa skala) w okresie od I kwartału 2003 roku do I kwartału 2008 roku

Tab. 2. Współczynniki korelacji udziałów odpowiedzi z dynamiką liczby pracujących w okresie od I kwartału 2003 do I kwartału 2008 (21 obserwacji)

Odpowiedź	r	p
Pogorszenie	-0,6654	0,000995
Bez zmian	0,3141	0,165500
Poprawa	0,6067	0,003542

Współczynnik korelacji liniowej Pearsona udziału odpowiedzi, iż sytuacja uległa pogorszeniu z dynamiką liczby pracujących jest ujemny i istotny statystycznie natomiast Współczynnik korelacji liniowej odpowiedzi, iż sytuacja uległa poprawie z dynamiką liczby pracujących jest dodatni i istotny statystycznie. Potwierdza to hipotezę, że dynamika liczby miejsc pracy jest stymulantą ocen sytuacji gospodarczej. Przy czym miary te należy traktować w sposób przybliżony jako, że zakładamy iż rzeczywista zależność pomiędzy obu parami zmiennych ma charakter logistyczny. Natomiast współczynnik korelacji liniowej pomiędzy udziałem odpowiedzi „bez zmian” a dynamiką liczby pracujących jest nieistotny statystycznie co może być konsekwencją nieliniowej zależności pomiędzy obydwoma zmiennymi.

Tab. 3. Wyniki estymacji modelu mikro-makro ocen sytuacji gospodarczej województwa lubelskiego w okresie od I kwartału 2003 roku do I kwartału 2008 roku (7280 obserwacji)⁶

	Coefficient	Std. error	z-Statistic	Prob.
Z_1 (sytuacja finansowa gospodarstwa)	0,8644	0,0489	17,68	0,0000
Z_3 (wydatki na dobra konsumpcyjne)	0,1463	0,0410	3,57	0,0004
Z_5 (stan oszczędności)	0,2988	0,0452	6,61	0,0000
Z_9 (ocena rynku pracy)	1,4832	0,0488	30,40	0,0000
DOCHÓD (na osobę w gospodarstwie)	0,1530	0,0270	5,66	0,0000
GMINA	0,0864	0,0304	2,85	0,0044
X_1 (dynamika liczby pracujących w sektorze przedsiębiorstw)	0,0606	0,0133	4,58	0,0000

⁶ Obliczenia wykonano w programie eViews, korzystając z procedury: ML – Ordered Logit (Quadratic hill climbing), przy uwzględnieniu QML (Huber/White) standard errors and covariance.

	Limit Points	Std. error	z-Statistic	Prob.
LIMIT_1:C(8)	4,6724	0,1500	31,15	0,0000
LIMIT_2:C(9)	8,2592	0,1768	46,72	0,0000

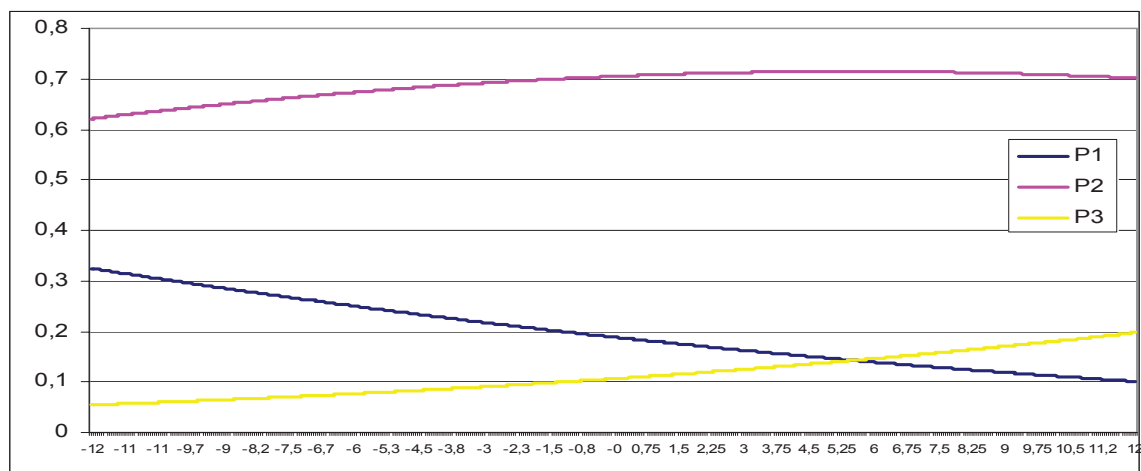
Akaike info criterion	1,5445	Schwarz criterion	1,5531
Log likelihood	-5613,1	Hannan-Quinn criter.	1,5475
Restr. log likelihood	-7102,3	Avg. log likelihood	-0,7710
LR statistic (7 df)	2978,3	LR index (Pseudo-R2)	0,2097
Probability(LR stat)	0,0000	Trafność (%)	66,1

W oszacowanym modelu zmienną makroekonomiczną jest zmienna X_1 (dynamika liczby pracujących w sektorze przedsiębiorstwa w porównaniu z poprzednim kwartałem), natomiast pozostałe zmienne są zmiennymi mikroekonomicznymi. Wartości zmiennych Z_1 , Z_3 , Z_5 oraz Z_9 są trzyopcyjnymi odpowiedziami na pytania ankietowe, przy czym wartość 1 oznacza pogorszenie sytuacji w danej dziedzinie, wartość 2, że sytuacja nie uległa zmianie natomiast wartość 3, że nastąpiła poprawa. Dwie pozostałe zmienne mikroekonomiczne pochodzą z tzw. metryczki ankiety. W przypadku dochodów zastosowano pięciowartościową skalę, przy czym wartość 1 oznacza najniższe dochody. Zmienna GMINA przyjmuje trzy wartości: 1 – respondent zamieszkuje obszary wiejskie, 2 – respondent zamieszkuje małe miasto, 3 – respondent zamieszkuje miasto na prawach powiatu.

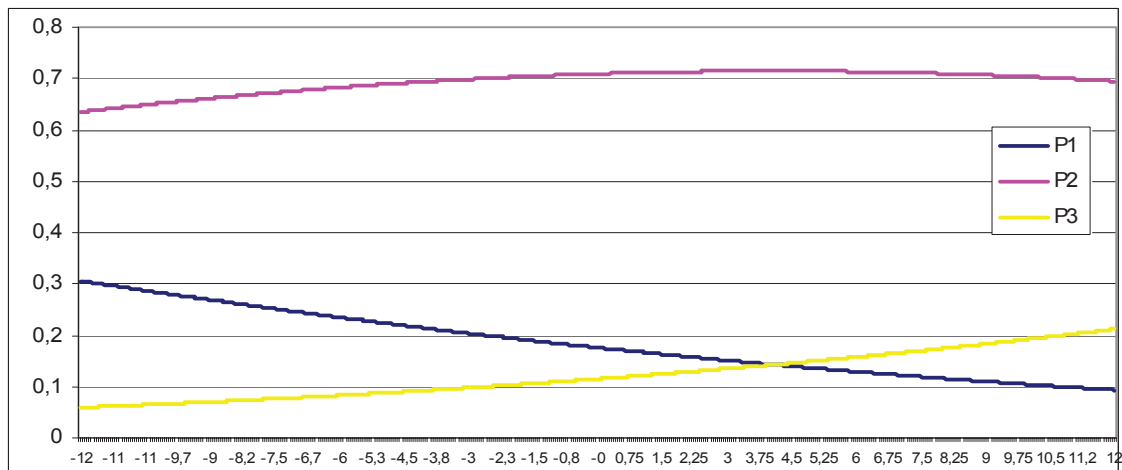
Wszystkie oszacowane parametry są dodatnie i istotne statystycznie przynajmniej na poziomie 0,01. Oznacza to, iż prawdopodobieństwo odpowiedzi, że sytuacja gospodarcza województwa poprawiła się jest większe, gdy respondentem jest osoba, która ocenia, że poprawiła się sytuacja finansowa jej gospodarstwa, jej gospodarstwo zwiększyło wydatki na dobra konsumpcyjne, oszczędności oraz dochody na osobę oraz pochodzi z miasta na prawach powiatu i uważa, że poprawiła się sytuacja na rynku pracy województwa a jednocześnie nastąpił wzrost dynamiki liczby pracujących w sektorze przedsiębiorstw w porównaniu z poprzednim kwartałem.

Istotne statystycznie na poziomie co najmniej 0,0001 są obie wartości punktów granicznych. Wysoka i istotna statystycznie co najmniej na poziomie 0,0001 wartość statystyki LR potwierdza, że wybrany zestaw zmiennych w sposób istotny opisuje zależność pomiędzy wybieraną przez respondenta odpowiedzią a zmiennymi mikro i makro.

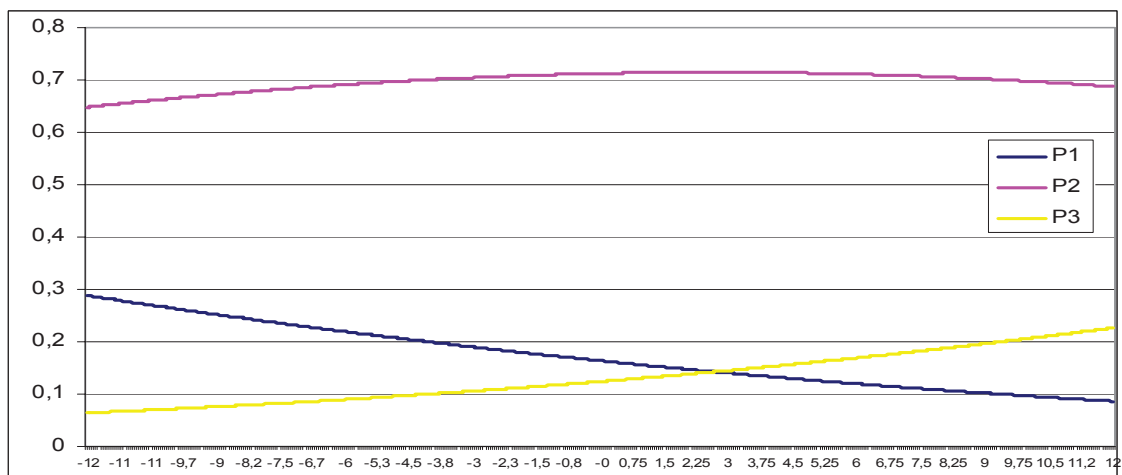
W celu graficznego zaprezentowania zależności pomiędzy prawdopodobieństwami odpowiedzi a zmianami dynamiki liczby pracujących zakładamy, że mamy respondenta neutralnego a więc takiego, który na wszystkie pytania z ankiety odpowie, że „bez zmian” a jego gospodarstwo charakteryzuje się środkowym dochodem (wartość zmiennej DOCHÓD wynosi 3) [Bielak, Kowerski 2008, s. 251]. Obliczamy prawdopodobieństwa odpowiedzi na pytanie o ocenę sytuacji gospodarczej województwa w zależności od miejsca zamieszkania oraz zmian dynamiki liczby pracujących w sektorze przedsiębiorstw w porównaniu z poprzednim kwartałem.



Rys. 4. Zmiany prawdopodobieństw oceny sytuacji gospodarczej województwa przez neutralnego respondenta zamieszkującego na wsi w zależności od zmian dynamiki liczby pracujących w sektorze przedsiębiorstw



Rys. 5. Zmiany prawdopodobieństw oceny sytuacji gospodarczej województwa przez neutralnego respondenta zamieszkującego małe miasto w zależności od zmian dynamiki liczby pracujących w sektorze przedsiębiorstw



Rys. 6. Zmiany prawdopodobieństw oceny sytuacji gospodarczej województwa przez neutralnego respondenta zamieszkującego miasto na prawach powiatu w zależności od zmian dynamiki liczby pracujących w sektorze przedsiębiorstw

Tab. 4. Parametry funkcji prawdopodobieństw oceny sytuacji gospodarczej w województwie lubelskim

Wyszczególnienie	Wieś	Miasto	Miasto na prawach powiatu
f_1	-1,46	-1,54	-1,63
f_2	2,13	2,04	1,96
d	0,06	0,06	0,06
Maksimum $P(Y=2)$	5,53	4,10	2,68
Prawdopodobieństwo w punkcie max $P(Y=2)$	0,71	0,71	0,71
Prawdopodobieństwo w punkcie $P(Y=1)=P(Y=3)$	0,14	0,14	0,14
Punkt przegięcia $P(Y=1)$	-24,05	-25,48	-26,90
Punkt przegięcia $P(Y=3)$	35,11	33,68	32,26
Punkt przecięcia $P(Y=1)$ oraz $P(Y=2)$	-23,11	-24,54	-25,96
Prawdopodobieństwo w punkcie $P(Y=1)=P(Y=2)$	0,49	0,49	0,49
Punkt przecięcia $P(Y=2)$ oraz $P(Y=3)$	34,17	32,74	31,32
Prawdopodobieństwo w punkcie $P(Y=2)=P(Y=3)$	0,49	0,49	0,49

Źródło: Obliczenia własne na podstawie oszacowanego modelu mikro-makro oceny sytuacji gospodarczej województwa lubelskiego przez mieszkańców.

Podsumowanie

Model mikro-makro uporządkowanej zmiennej objaśnianej opisuje mechanizm zmian prawdopodobieństw trzech możliwości odpowiedzi na pytania postawione w ankietach. Prawdopodobieństwo odpowiedzi „bez zmian” zmienia się w zależności od sytuacji ekonomicznej otoczenia respondenta, przy czym poprawa tej sytuacji początkowo powoduje wzrost niepewności respondenta (wzrost prawdopodobieństwa odpowiedzi „bez zmian”) a po przekroczeniu maksimum respondent nabiera przekonania, że sytuacja uległa rzeczywistej poprawie i coraz rzadziej odpowiada „bez zmian”.

Model ten wydaje się ciekawą propozycją opisu zachowań respondenta, tym cenniejszą, że uwzględnia również odpowiedzi „bez zmian”, które również niosą ważną informację o naturze badanych osób.

Literatura

- BIELAK J., KOWERSKI M.: 2008, *Próba określenia czynników determinujących oceny regionalnego rynku pracy przez mieszkańców województwa lubelskiego*. „Prace i Materiały Instytutu Rozwoju gospodarczego”, nr 80. SGH, Warszawa, s. 233–258.
- Business Tendency Surveys*. A Handbook, OECD, 2003.
- GREENE W. H. 2003: *Econometric Analysis*. Fifth Edition, Prentice Hall, New Jersey.
- GRUSZCZYŃSKI M. 2002: *Modele i prognozy zmiennych jakościowych w finansach i bankowości*. Oficyna Wydawnicza Szkoły Głównej Handlowej w Warszawie, Warszawa.
- GRUSZCZYŃSKI M., KOTŁOWSKI J. 2001: *Ocena zachowań przedsiębiorstw w gospodarce okresu transformacji za pomocą metod mikroekonometrii*. „Prace i Materiały Instytutu Rozwoju Gospodarczego”, nr 70. SGH, Warszawa.
- GRUSZCZYŃSKI M., KOTŁOWSKI J. 2008: *Metody mikroekonometrii w ocenie zachowań przedsiębiorstw*. „Prace i Materiały Instytutu Rozwoju Gospodarczego”, nr 80. SGH, Warszawa, s. 329–349.
- HELLWIG Z. 1976: *Przechodność relacji skorelowania zmiennych losowych i płynące stąd wnioski ekonometryczne*. Przegląd Statystyczny.
- The Joint Harmonised EU Programme of Business and Consumer Surveys User Guide*. European Commission, Directorate General Economic and Financial Affairs, Brussels 2004.
- KOWERSKI M. 2006: *Zastosowanie modeli mikro-makro do oceny wpływu czynników makroekonomicznych na nastroje gospodarcze konsumentów województwa lubelskiego*. [w:] M. Lisiecki, H. Ponikowski (red.): *Od zmian globalnych do rozwoju lokalnego*, Wydawnictwo KUL, Lublin, s. 341–353.
- KOWERSKI M. 2008: *Influence of Idiosyncratic and Macroeconomic Factors on Consumer Economic Sentiment of Lubelskie Region (Poland)*. „Prace i Materiały IRG SGH”, nr 79, 2008.
- KOWERSKI M., 2008: *Nastroje gospodarcze przedsiębiorców i konsumentów województwa lubelskiego*. Tendencje, determinanty, prognozy, Barometr Regionalny nr 2(12).
- ZAVOINA R., McELVEY W. 1975: *A Statistical Model for the Analysis of Ordinal Level Dependent Variables*. Journal of Mathematical Sociology, s. 103–120.