

Zastosowanie analizy dyskryminacyjnej do modelowania i prognozowania kondycji przedsiębiorstw

Małgorzata Kasjaniuk

1. Wprowadzenie

Analiza dyskryminacyjna jest metodą najczęściej wykorzystywaną do konstruowania modeli oceniających kondycję finansową przedsiębiorstw. Dynamiczny rozwój dyskryminacyjnych modeli wczesnego ostrzegania przedsiębiorstw przed bankructwem zapoczątkowały prace E. Altmana [2], który na podstawie 5 wskaźników finansowych, dla 66 amerykańskich przedsiębiorstw (z których 33 zbankrutowało, a pozostałe 33 znajdowało się w dobrej sytuacji finansowej), wyznaczył liniową funkcję dyskryminacyjną. Funkcja ta miała za zadanie odróżniać jednostki zagrożone bankructwem od tych, których kondycja nie budziła niepokoju. Badania kontynuowane były następnie przez wielu autorów z różnych krajów. Do badania upadłości przedsiębiorstw francuskich analizę dyskryminacyjną wykorzystali J.de Caemel [6] oraz Y.Collongues [7], włoskich S.Appetiti [5], greckich Tgrammatikos, G.Globubus [10]. W Polsce liniową analizę dyskryminacyjną do przewidywania bankructwa firm zastosowali m. in J. Gajdka i D. Stos [9], D. Hadasik [11], A. Hołda [12,13], E.Mączyńska [14] oraz W. Tarczyński [15,16].

Metoda ta cieszy się dużą popularnością, gdyż pozwala przekształcić wielowymiarową przestrzeń w jeden wymiar, w którym na podstawie określonego miernika dokonuje się oceny sytuacji przedsiębiorstwa. Modele konstruowane przy jej pomocy uzyskują wysokie oceny trafności klasyfikacji obiektów w porównaniu do innych alternatywnych metod. Wiele programów statystycznych wyposażona jest w moduł analizy dyskryminacyjnej.

2. Idea analizy dyskryminacyjnej

Wielowymiarowa analiza dyskryminacyjna umożliwia dokonanie klasyfikacji obiektów na podstawie wielu zmiennych objaśniających. Zmienna objaśniana w modelach dyskryminacyjnych jest zmienną jakościową (np. dobra lub zła kondycja przedsiębiorstwa). Zakwalifikowania obiektu do jednej z grup przy wykorzystaniu wielowymiarowej analizy dyskryminacyjnej dokonuje się na podstawie liniowej funkcji dyskryminacyjnej lub liniowych funkcji klasyfikacyjnych.

Podczas budowy funkcji dyskryminacyjnej przyjmuje się następujące założenia [17, s. 86 – 87]:

- zmienne objaśniające posiadają wielowymiarowy rozkład normalny
- macierze wariancji/kowariancji zmiennych dia-

gnostycznych są równe w grupach

- występuje podzielność zmiennych, która przejawia się w systematycznej różnicy wartości średnich między grupami.

Badania potwierdzają, że naruszenie założenia o normalności nie są zazwyczaj krytyczne.

Liniowa funkcja dyskryminacyjna ma następującą postać: [1, s. 883]

$$(1) \quad Z = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + \dots + b_k X_k$$

gdzie:

Z - jest zmienną zależną (objaśnianą),

b_i - współczynniki dyskryminacyjne dla $i=1,2,\dots,k$

b_0 - stała,

X_i - zmienne niezależne (objaśniające) dla $i=1,2,\dots,k$.

Tworząc funkcję dyskryminacyjną należy dążyć do tego, by stosunek zmienności międzygrupowej do zmienności wewnątrz grup osiągał maksymalną wartość.

Statystyką charakteryzującą ogólną zdolność dyskryminującą funkcji jest współczynnik lambda Wilksa zdefiniowany następująco: [8, s. 90]

$$(2) \quad \lambda = \frac{\det g}{\det(g + h)}$$

gdzie:

g - macierz wewnątrzgrupowej wariancji-kowariancji,

h - macierz międzygrupowej wariancji-kowariancji.

Statystyka powyższa przyjmuje wartość z przedziału $<0, 1>$. Jeśli wartość statystyki λ jest bliższa zeru (większa część ogólnej zmienności zmiennych wyjaśniana jest przez ich zmienność międzygrupową), to świadczy to o dużej zdolności dyskryminacyjnej modelu.

Weryfikując funkcję dyskryminacji należy ocenić zdolności dyskryminacyjne poszczególnych występujących w niej zmiennych. Oceniając zdolności dyskryminacyjne zmiennej X_k wykorzystujemy cząstkowy współczynnik Wilksa: [11, s. 117]

$$(3) \quad \lambda_k^{cz} = \frac{\lambda^1}{\lambda^0}$$

gdzie:

λ^1 - wartość współczynnika lambda Wilksa dla modelu po wprowadzeniu do niego zmiennej,

λ^0 - wartość współczynnika lambda Wilksa dla modelu przed wprowadzeniem danej zmiennej.

Wartość współczynnika λ_k^{cz} zawiera się w przedziale $<0, 1>$ i opisuje wkład danej zmiennej do dyskryminacji grup (im ta wartość jest bliższa zeru, tym większy wkład tej zmiennej do dyskryminacji).

Odpowiadającą jej statystykę testową obliczamy jako: [11, s.118]

$$(4) \quad F_k = \left(\frac{N - K - I}{K - 1} \right) \frac{1 - \lambda_k^{cz}}{\lambda_k^{cz}}$$

gdzie:

N- łączna liczba obiektów w próbie,

K- liczba zmiennych,

I - liczba rozważanych populacji.

Statystyka ta ma rozkład F-Fishera o $K-1$ oraz $N-K-1$ stopniach swobody. Wyznaczony poziom prawdopodobieństwa powyższej statystyki testowej wskazuje istotność wkładu zmiennej do funkcji dyskryminacyjnej.

Dla oceny redundacji zmiennej w modelu wykorzystuje się również tolerancję T_k zdefiniowaną następująco: [11, s. 118]

$$(5) \quad T_k = 1 - R_k^2$$

gdzie:

R_k^2 - oznacza współczynnik korelacji wielorakiej między daną zmienną X_k a pozostałymi zmiennymi występującymi w modelu.

Współczynnik tolerancji T_k określa część wariancji zmiennej X_k , która nie jest wyjaśniana przez zmienne występujące razem z nią w modelu. Wprowadzanie do modelu zmiennych o niskich tolerancjach powoduje, że model staje się bardzo niedokładny.

Jednym z celów analizy dyskryminacji jest klasyfikacja przypadków.

Klasyfikacji przypadków można dokonać wykorzystując tzw. kwadrat odległości Mahalanobisa analizowanego punktu od centroidu grupowego.

Kwadrat odległości Mahalanobisa oblicza się ze wzoru: [8, s. 323]

$$(6) \quad SMD(X_k) = (x_k - \bar{x}_i)' S_g^{-1} (x_k - \bar{x}_i)$$

gdzie:

x_k - k -ta obserwacja,

\bar{x}_i - wektor średnich arytmetycznych i -tej grupy,

S_g^{-1} - odwrócona macierz kowariancji wewnątrzgrupowej.

Obserwację x_k klasyfikuje się do grupy, do której odległość Mahalanobisa jest najmniejsza.

Równoważną techniką klasyfikacji jest wykorzystanie tzw. funkcji klasyfikacyjnych.

Wyznacza się tyle funkcji klasyfikacyjnych ile jest grup. Funkcje te pozwalają obliczyć wartości klasyfikacyjne dla każdego przypadku w każdej grupie, przy pomocy wzoru: [8, s. 324]

$$(7) \quad S_i = c_i + c_{i1}x_{k1} + c_{i2}x_{k2} + \dots + c_{im}x_{km}$$

gdzie:

indeks i oznacza daną grupę, m liczbę zmiennych przyjętą do analizy,

c_{im} - waga dla j -tej zmiennej przy obliczaniu wartości klasyfikacyjnych dla i -tej grupy,

x_{km} - wartość obserwowana dla danego przypadku dla j -tej zmiennej,

S_i - wynikowa wartość klasyfikacyjna.

Daną obserwację klasyfikujemy do grupy, dla której wartość klasyfikacyjna jest największa.

W przypadku dwóch grup można stworzyć funkcję:

$$(8) \quad D(x) = (c_1 - c_2) + (c_{11} - c_{21})x_{k1} + (c_{12} - c_{22})x_{k2} + \dots + (c_{1m} - c_{2m})x_{km}$$

Funkcja ta charakteryzuje się tym, że jeśli $D(x) > 0$, to obiekt opisany wektorem X zakwalifikowany zostanie do grupy pierwszej, jeżeli $D(x) < 0$, to obiekt klasyfikujemy do grupy drugiej.

Chcąc ocenić jakość funkcji dyskryminacyjnej można zbudować macierz klasyfikacji, która porównuje klasyfikacje obiektów na podstawie funkcji dyskryminacyjnej (klasyfikacyjnej) z ich rzeczywistą przynależnością. Wiersze tej macierzy przedstawiają populacje, do której rzeczywiście obiekty należą; kolumny – populacje, do których obiekty zostały zaliczone na podstawie wartości oszacowanej funkcji.

Tablica 1. Pomiar trafności klasyfikacji na podstawie funkcji dyskryminacji.

1 rok	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$	$\mathbf{X} \mathbf{1} \mathbf{Z} =$	$\begin{bmatrix} x_{101} & x_{102} & \dots & z_{01} & \dots & z_{0m} \\ x_{201} & x_{202} & \dots & z_{01} & \dots & z_{0m} \\ x_{301} & x_{302} & \dots & z_{01} & \dots & z_{0m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{n01} & x_{n02} & \dots & z_{01} & \dots & z_{0m} \\ x_{111} & x_{112} & \dots & z_{11} & \dots & z_{1m} \\ x_{211} & x_{212} & \dots & z_{11} & \dots & z_{1m} \\ x_{311} & x_{312} & \dots & z_{11} & \dots & z_{1m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{n11} & x_{n12} & \dots & z_{11} & \dots & z_{1m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{1n-11} & x_{1n-12} & \dots & z_{n-11} & \dots & z_{n-1m} \\ x_{2n-11} & x_{2n-12} & \dots & z_{n-11} & \dots & z_{n-1m} \\ x_{3n-11} & x_{3n-12} & \dots & z_{n-11} & \dots & z_{n-1m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{nn-11} & x_{nn-12} & \dots & z_{n-11} & \dots & z_{n-1m} \end{bmatrix}$
-------	---	--------------------------------------	--

W macierzy tej symbole n_{ij} oznaczają liczbę obiektów w próbie walidacyjnej, które w rzeczywistości należały do grupy G_i , a na podstawie wartości funkcji dyskryminacyjnej zostały zaliczone do populacji G_j . Liczbę trafnych klasyfikacji przedstawiają w powyższej macierzy liczby znajdujące się na głównej przekątnej (n_{00} , n_{11}).

Globalny procent trafnych klasyfikacji obliczamy na podstawie wzoru:

$$(9) \quad W^T = \frac{n_{00} + n_{11}}{N}$$

gdzie:

N - łączna liczba obiektów tworzących próbę walidacyjną

Indywidualne współczynniki trafnych klasyfikacji obliczane są na podstawie wzorów:

$$(10) \quad W_i^T = \frac{n_{ii}}{N_i}$$

gdzie:

$N_i = n_{i0} + n_{i1}$ - łączna liczebność tej części próby, która pochodzi z grupy G_i .

Budowa funkcji dyskryminacyjnej spełnia swoją rolę jeśli trafność klasyfikacji uzyskiwanych na jej podstawie jest większa niż w przypadku czysto losowej klasyfikacji obiektów.

3. Modele prognozowania przyszłej sytuacji ekonomiczno-finansowej przedsiębiorstw

Modele prognostyczne umożliwiające przewidywanie przyszłej sytuacji ekonomiczno-finansowej (kondycji ekonomiczno-finansowej) przedsiębiorstw zostały opracowane na podstawie danych dotyczących małych przedsiębiorstw województwa lubelskiego i podkarpackiego.

Kondycję przedsiębiorstw określono za pomocą zmiennej Y – przyjmującej wartość 0 gdy przedsiębiorstwo charakteryzuje się złą kondycją oraz wartość 1 gdy charakteryzuje się dobrą kondycją.

Budowa funkcji dyskryminacyjnej polegała na takim doborze zmiennych do modelu, by macierz wariancji-kowariancji była dobrze uwarunkowana i można było oszacować parametry funkcji dyskryminacyjnej.

Modele zostały oszacowane za pomocą pakietu statystycznego STATISTICA 7.0 wykorzystując analizę krokową w przód. Punktem wyjścia w analizie krokowej w przód jest model, który zawiera jedną zmienną. Następnie dodawane są kolejne zmienne, które w najwyższym stopniu przyczyniają się do zwiększenia zróżnicowania obiektów. W końcowej postaci modelu pozostają tylko te zmienne, których zdolność dyskryminacyjna odpowiada narzuconemu kryterium w postaci krytycznej wartości statystyki F . Zmienne są tak długo wprowadzane do modelu, dopóki istnieją zmienne znajdujące się poza, dla których wartość F jest większa od ustalonej wartości krytycznej.

Modele oceniane były przy pomocy macierzy klasyfikacji. Ze względu na bardzo małą liczbę przedsiębiorstw o złej kondycji w ogólnej liczbie przedsiębiorstw, przy tworzeniu macierzy klasyfikacji została zastosowana zasada prognozowania. Polegała ona na tym, że zmienna Y przyjmowała wartość 1 gdy obliczone z modelu prawdopodobieństwo teoretyczne było większe od częstości jedynek w ogólnej liczbie obserwacji.

Modele zostały skonstruowane tak, że uzyskana na ich podstawie wartość funkcji $D(x) > 0$ oznacza, że przedsiębiorstwo znajduje się w dobrej kondycji ekonomiczno-finansowej, a wartość $D(x) \leq 0$, oznacza złą kondycję przedsiębiorstwa¹.

3.1 Modele kondycji ekonomiczno-finansowej małych przedsiębiorstw w województwie lubelskim

Badanie polegało na przeanalizowaniu małych przedsiębiorstw z województwa lubelskiego, które w latach 1999 – 2004 składały w dwóch kolejnych latach sprawozdania. Przedsiębiorstwa te pochodziły z pięciu sekcji:

- D – przetwórstwa przemysłowego (891 obserwacji w ciągu 5 lat)
- F – budownictwa (410 obserwacji w ciągu 5 lat)
- G – handel hurtowy i detaliczny (2022 obserwacje w ciągu 5 lat)

- I – transport, gospodarka magazynowa i łączność (185 obserwacji w ciągu 5 lat)
- K – obsługa nieruchomości (418 obserwacji w ciągu 5 lat)

Tablica 2. Zmienne, wchodzące w skład modeli określających kondycję ekonomiczno-finansową małych przedsiębiorstw w województwie lubelskim.

Sekcja	Zmienne
Przetwórstwo przemysłowe	$X_{26}, X_{19}, X_{14}, X_{13}, X_{10}, X_3, Z_7$
Budownictwo	$X_{26}, X_{21}, X_{15}, X_{14}, X_3, X_1$
Handel	$X_{26}, X_{20}, X_{19}, X_{17}, X_{14}, X_{10}, X_7, Z_7$
Transport	X_{32}, X_{26}
Obsługa nieruchomości	$X_{26}, X_{18}, X_9, X_3, X_1$

Uwaga: Numeracja zmiennych zgodna z kolejnością wprowadzania do modelu

Źródło: Obliczenia własne.

W skład modelu opisującego kondycję ekonomiczno-finansową przedsiębiorstw przetwórstwa przemysłowego weszły następujące wskaźniki:

- X_3 - udział należności w aktywach ogółem
- X_{10} - udział kapitału obrotowego w finansowaniu majątku ogółem
- X_{13} - zapotrzebowanie na kapitał obrotowy
- X_{14} - niedobór kapitału obrotowego netto
- X_{19} - wydajność pracy
- X_{26} - wskaźnik rentowności majątku
- Z_7 - średnioroczny kurs dolara

Oszacowana funkcja dyskryminacji ma postać:

$$D(X) = -0,010 \cdot X_3 - 0,523 \cdot X_{10} + 0,443 \cdot X_{13} - 0,551 \cdot X_{14} + 1,149 \cdot X_{19} + 2,532 \cdot X_{26} - 1,642 \cdot Z_7 + 8,873$$

Ogólna trafność klasyfikacji uzyskana na podstawie opisanego modelu według zasady prognozowania wynosiła 72,28%. Zła kondycja przedsiębiorstw jest rozpoznawana w 61%.

Dla modelu wartość statystyki lambda Wilksa wynosi: $\lambda = 0,91142$, a odpowiadająca jej statystyka $F(7,883) = 12,259$, $p = 0,0000$.

Dla budownictwa w skład modelu weszły następujące zmienne mikroekonomiczne:

- X_1 - udział rzeczowych składników majątku w aktywach ogółem
- X_3 - udział należności w aktywach ogółem
- X_{14} - niedobór kapitału obrotowego netto

¹ wartość funkcji obliczona na podstawie wzoru (8).

- X_{15} -wskaźnik zadłużenia kapitału własnego
- X_{21} -produktywność środków trwałych
- X_{26} -wskaźnik rentowności majątku

Funkcja dyskryminacji ma postać :

$$D(x) = -0,034 \cdot X_1 - 0,016 \cdot X_3 - 0,449 \cdot X_{14} - 1,760 \cdot X_{15} - 4,478 \cdot X_{21} + 2,078 \cdot X_{26} + 3,817$$

Ogólna trafność klasyfikacji uzyskana na podstawie opisanego modelu według zasady prognozowania wynosiła 71,46%. Zła kondycja przedsiębiorstw jest rozpoznawana w 52,5%.

Dla modelu wartość statystyki lambda Wilksa wynosiła $\lambda=0,90123$, a odpowiadająca jej statystyka $F(6,403)=7,3612$, $p < 0,0000$.

Kondycja ekonomiczno-finansowa przedsiębiorstw z sekcji handel hurtowy i detaliczny zależała od następujących zmiennych:

- X_7 -obciążenie zobowiązaniami bieżącymi
- X_{10} -udział kapitału obrotowego w finansowaniu majątku ogółem
- X_{14} -niedobór kapitału obrotowego netto
- X_{17} -wskaźnik poziomu kosztów finansowych
- X_{19} -wydajność pracy
- X_{20} -wskaźnik intelektualnej wartości dodanej (VAIC)
- X_{26} -wskaźnik rentowności majątku

Funkcja dyskryminacji ma postać:

$$D(x) = 1,614 \cdot X_7 + 1,479 \cdot X_{10} - 0,147 \cdot X_{14} + 0,027 \cdot X_{17} + 0,517 \cdot X_{19} + 0,278 \cdot X_{20} + 1,436 \cdot X_{26} - 3,144 \cdot Z_7 + 13,214$$

Dla tego modelu ogólna trafność klasyfikacji wynosiła 70,68%. Zła kondycja przedsiębiorstw jest rozpoznawana w 75%. Dla modelu wartość statystyki lambda Wilksa $\lambda=0,88850$ a odpowiadająca jej statystyka $F(8,2013)=31,575$ $p < 0,00000$.

W skład modelu opisującego kondycję ekonomiczno – finansową przedsiębiorstw transportowych weszły tylko dwie zmienne:

- X_{26} – wskaźnik rentowności majątku
- X_{32} - udział sprzedaży na eksport w sprzedaży ogółem

Otrzymano następującą funkcję dyskryminacji:

$$D(X) = 5,113 \cdot X_{26} + 1,295 \cdot X_{32} + 1,703$$

Wartość statystyki lambda Wilksa $\lambda=0,88850$, a odpowiadająca jej statystyka $F(8,2013)=31,575$ $p < 0,00000$.

Model ten charakteryzował się ogólną trafnością na poziomie 78,38%. W 69% była rozpoznawana zła kondycja przedsiębiorstw z tej sekcji.

Model małych przedsiębiorstw obsługi nieruchomości z województwa lubelskiego składał się z następujących zmiennych :

- X_1 -udział rzeczowych składników majątku w aktywach ogółem
- X_3 -udział należności w aktywach ogółem
- X_9 -stopień pokrycia III
- X_{18} -wskaźnik globalnego obrotu aktywami (produktywności majątku)
- X_{26} -wskaźnik rentowności majątku

Funkcja dyskryminacji wyraża się wzorem:

$$D(X) = 0,02600 \cdot X_1 - 0,028 \cdot X_3 + 0,117 \cdot X_9 + 0,282 \cdot X_{18} + 3,556 \cdot X_{26} + 2,024$$

Dla modelu wartość statystyki lambda Wilksa $\lambda=0,90342$, odpowiadająca jej statystyka $F(5,412)=8,8093$ $p=0,00000$ Model ten charakteryzował się najwyższą trafnością 79%. Przedsiębiorstwa o złej kondycji finansowo-ekonomicznej rozpoznawane były w 62%.

3.2 Modele kondycji ekonomiczno – finansowej małych przedsiębiorstw w województwie podkarpackim

W badaniu przeanalizowano 3638 przypadków małych przedsiębiorstw z województwa podkarpackiego, które w okresie 1999 – 2004 składały w dwóch kolejnych latach sprawozdania. Przedsiębiorstwa te pochodziły z pięciu sekcji:

- D – przetwórstwa przemysłowego (999 obserwacji w ciągu 5 lat)
- F – budownictwa (358 obserwacji w ciągu 5 lat)
- G – handel hurtowy i detaliczny (1892 obserwacje w ciągu 5 lat)
- I – transport, gospodarka magazynowa i łączność (112 obserwacji w ciągu 4 lat)
- K – obsługa nieruchomości (277 obserwacji w ciągu 4 lat)

Sekcja	Zmienne
Przetwórstwo przemysłowe	$X_{26}, X_{19}, X_{13}, X_7, Z_6$
Budownictwo	X_{24}, X_{11}, X_3
Handel	$X_{26}, X_{20}, X_{19}, X_{10}, X_9, X_7, X_4, Z_3, X_2, Z_7$
Transport	$X_{32}, X_{26}, X_{20}, X_{19}, X_9, X_8, X_6, X_3, Z_5, Z_{10}$
Obsługa nieruchomości	$X_{32}, X_{24}, X_{20}, X_{18}, X_9, X_7, Z_{15}$

Tablica 3. Zmienne, wchodzące w skład modeli określających kondycję ekonomiczno-finansową małych przedsiębiorstw w województwie podkarpackim.

Źródło: Obliczenia własne.

W skład modelu opisującego kondycję ekonomiczno – finansową przedsiębiorstw przetwórstwa przemysłowego weszły następujące wskaźniki:

- X_7 - obciążenie zobowiązaniami bieżącymi
- X_{13} - zapotrzebowanie na kapitał obrotowy
- X_{19} - wydajność pracy
- X_{26} - wskaźnik rentowności majątku
- Z_6 - dynamika eksportu

Oszacowana funkcja dyskryminacji ma postać

$$D(X) = -0,70967 \cdot X_7 - 0,33346 \cdot X_{13} + 2,31884 \cdot X_{19} + 1,17084 \cdot X_{26} - 0,03600 \cdot Z_7 + 2,83332$$

Ogólna trafność klasyfikacji uzyskana na podstawie opisanego modelu według zasady prognozowania wynosiła 75,08%. Zła kondycja przedsiębiorstw jest rozpoznawana w 54,81%.

Dla modelu wartość statystyki Lambda Wilksa $\lambda=0,91622$, a odpowiadająca jej statystyka $F(6,992)=15,118$ $p<0,0000$ $\lambda=0,9114$.

Dla budownictwa w skład modelu weszły następujące zmienne mikroekonomiczne:

- X_3 - udział należności w aktywach ogółem
- X_{11} - udział kapitału obrotowego w finansowaniu majątku obrotowego
- X_{24} - wskaźnik rentowności sprzedaży brutto

Funkcja dyskryminacji ma postać :

$$D(x) = -0,01373 \cdot X_3 + 18,87761 \cdot X_{11} - 3,24575 \cdot X_{24} + 2,52438$$

Ogólna trafność klasyfikacji uzyskana na podstawie opisanego modelu według zasady prognozowania wynosiła 73,18%. Zła kondycja przedsiębiorstw jest rozpoznawana w 58%.

Dla modelu wartość statystyki lambda Wilksa wynosiła $\lambda=0,93137$, a odpowiadająca jej statystyka $F(3,354)=8,6953$ $p<0,0000$.

Kondycja ekonomiczno-finansowa przedsiębiorstw z sekcji handel hurtowy i detaliczny zależała od następujących zmiennych:

- X_2 - udział zapasów w aktywach ogółem
- X_3 - udział należności w aktywach ogółem
- X_4 - udział środków pieniężnych w aktywach ogółem
- X_7 - obciążenie zobowiązaniami bieżącymi
- X_9 - stopień pokrycia III
- X_{10} - udział kapitału obrotowego w finansowaniu majątku ogółem
- X_{19} - wydajność pracy
- X_{20} - wskaźnik intelektualnej wartości dodanej (VAIC)
- X_{26} - wskaźnik rentowności majątku
- Z_7 - średnioroczny kurs dolara

Funkcja dyskryminacji ma postać

$$D(x) = -0,055 \cdot X_2 - 0,048 \cdot X_3 - 0,147 \cdot X_4 + 5,43 \cdot X_7 - 0,671 \cdot X_9 + 6,538 \cdot X_{10} + 0,376 \cdot X_{19} + 0,149 \cdot X_{20} + 2,345 \cdot X_{26} - 1,712 \cdot Z_7 + 9,012$$

Dla tego modelu ogólna trafność klasyfikacji wynosiła 70,66%. Zła kondycja przedsiębiorstw jest rozpoznawana w 61%. Dla modelu wartość statystyki lambda Wilksa $\lambda=0,92182$, a odpowiadająca jej statystyka $F(10,1881)=15,954$, $p<0,00000$.

W modelu opisującym kondycję ekonomiczno – finansową przedsiębiorstw transportowych znalazło się najwięcej zmiennych:

- X_3 - udział należności w aktywach ogółem
- X_6 - obciążenie zobowiązaniami długoterminowymi
- X_8 - wskaźnik pokrycia majątku trwałego kapitałem własnym (Stopień pokrycia I)
- X_9 - stopień pokrycia III
- X_{19} - wydajność pracy
- X_{20} - wskaźnik intelektualnej wartości dodanej (VAIC)
- X_{26} - wskaźnik rentowności majątku
- X_{32} - udział sprzedaży na eksport w sprzedaży ogółem
- Z_5 - dynamika importu
- Z_{10} - dynamika PKB

Funkcja dyskryminacji ma postać:

$$D(x) = -0,0322 \cdot X_3 - 6,4206 \cdot X_6 - 228,1284 \cdot X_8 + 1,9489 \cdot X_9 + 4,6949 \cdot X_{19} - 1,5007 \cdot X_{20} + 16,0967 \cdot X_{26} + 2,8871 \cdot X_{32} + 0,4699 \cdot Z_5 - 0,2987 \cdot Z_{10} + 2,9193$$

Dla modelu wartość statystyki lambda Wilksa $\lambda=0,56708$ a odpowiadająca jej statystyka $F(10,101)=7,7105$ $p<0,0000$. Dla tego modelu ogólna trafność klasyfikacji była największa i wynosiła 90,18%. Zła kondycja przedsiębiorstw jest rozpoznawana aż w 84%.

Model małych przedsiębiorstw obsługi nieruchomości z województwa podkarpackiego składał się z następujących zmiennych :

- X_7 - obciążenie zobowiązaniami bieżącymi
- X_9 - stopień pokrycia III
- X_{18} - wskaźnik globalnego obrotu aktywami (produktywności majątku)
- X_{20} - wskaźnik intelektualnej wartości dodanej (VAIC)
- X_{24} - wskaźnik rentowności sprzedaży brutto
- Z_{15} - dynamika nakładów inwestycyjnych

Funkcja dyskryminacji wyraża się wzorem:

$$D(X) = -5,3931 \cdot X_7 - 0,23625 \cdot X_9 + 0,54041 \cdot X_{18} - 0,83142 \cdot X_{20} + 16,49985 \cdot X - 7,65821 \cdot X_{32} + 0,07118 \cdot Z_{15} + 6,99252$$

Dla modelu wartość statystyki Lambda Wilksa $\lambda=0,73941$, a odpowiadająca jej statystyka $F(7,269)=13,543$, $p=0,00000$.

Model ten charakteryzował się najwyższą trafnością 88,81%. Przedsiębiorstwa o złej kondycji finansowo-ekonomicznej rozpoznawane były w 75%.

4. Podsumowanie

Parametry funkcji klasyfikacyjnej dla każdej próby przedsiębiorstw z pięciu sekcji województwa lubelskiego i podkarpackiego szacowane były kilkakrotnie przy pomocy analizy krokowej w przód. Celem przeprowadzonych symulacji było wykrycie, które ze wstępnie przyjętych wskaźników opisujących obiekty mają istotny wpływ na rozróżnienie ich przynależności do rozważanych populacji. Utworzone modele zawierały od dwóch do dziesięciu zmiennych. Najczęściej pojawiającymi się zmiennymi były: wskaźnik rentowności majątku, wydajność pracy, udział należności w aktywach ogółem. Można uważać, że uzyskane wyniki są zadowalające ze względu na trafność uzyskiwanych na podstawie tych modeli prognoz dotyczących kondycji ekonomiczno-finansowej przedsiębiorstw. Trafność klasyfikacji w badanych modelach wynosiła od 70% do 90%.

Uzyskane wyniki sugerują, że analiza dyskryminacyjna może stanowić przydatne narzędzie do prognozowania kondycji ekonomiczno-finansowej przedsiębiorstw.

Literatura

1. Aczel D.A., *Statystyka w zarządzaniu*, PWN Warszawa, 2000
2. Altman E. I., *Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy*, Journal of Finance 23, September 1968.
3. Altman E. I., *Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy*, Journal of Finance 23, September 1968.
4. Altman E. I., Giancarlo M., Varetto F., *Corporate Distress Diagnostic: Comparison Using Linear Discriminant Analysis and Neural Networks (the Italian Experience)*, Journal of Banking and Finance 18, 1994.
5. Apettiti S., *Identifying unsound firms in Italy, An attempt to use trend variables*, Journal of Banking and Finance, vol. 8, 1984
6. de Caemel J., *Un systeme de clignotanta*, Revue Banque, 1983, numer specjalny
7. Collongues Y., *Ratios financiers et prevision de faillites des petites et moyennes entreprises*, Revue Banque, 1997 nr 365
8. Dobosz M., *Wspomagana komputerowo statystyczna analiza wyników badań*, AOW EXIT, Warszawa 2004
9. Gajdka J., Stos D., *Wykorzystanie analizy dyskryminacyjnej w ocenie kondycji finansowej przedsiębiorstw*, pod red. R. Borowieckiego, Restrukturyzacja w procesie przekształceń i rozwoju przedsiębiorstw, AE, Kraków 1996
10. Grammatikos T., G. Gloubos, *Predicting bankruptcy of industrial firms in Greece*, Spoudai, 1984
11. Hadasik D., *Upadłość przedsiębiorstw w Polsce i metody jej prognozowania*, AE w Poznaniu, Poznań 1998.
12. Hołda A., *Prognozowanie bankructwa jednostki w warunkach gospodarki polskiej z wykorzystaniem funkcji dyskryminacyjnej Z*, Rachunkowość 5, 2001.
13. Hołda A., *Wstępna weryfikacja skuteczności wykorzystaniem funkcji dyskryminacyjnej Z w warunkach gospodarki polskiej*, Rachunkowość 10, 2001.
14. Mączyńska E., Zawadzki M., *Dyskryminacyjne modele predykcji upadłości przedsiębiorstw*, Ekonomista nr 2, 2006
15. Tarczyński W., *Analiza dyskryminacyjna na giełdzie papierów wartościowych*, Przegląd statystyczny 1-2, 1996.
16. Tarczyński W., *Analiza dyskryminacyjna na giełdzie papierów wartościowych*, Przegląd statystyczny 1-2, 1996.
17. Witkowska D., *Sztuczne sieci neuronowe i metody statystyczne. Wybrane zagadnienia*, Wydawnictwo C.H. Beck, Warszawa 2002