

Wartość przestrzeni publicznej jako kategoria dobra wspólnego na przykładzie województwa małopolskiego

Łukasz Popławski

Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie, Polska

Bogusław Kaczmarczyk

Państwowa Wyższa Szkoła Zawodowa w Sanoku, Polska

Streszczenie

W pracy, zaprezentowano ilościowy aspekt zależności wartości rynkowej przestrzeni publicznej jako skapitalizowanego dochodu rocznego w sensie środowiskowym od podstawowych czynników demograficznych, geograficznych i lokalizacyjnych w ujęciu statycznym i prawdopodobnie możliwym. Modele ekonometryczne dotyczące kwantyfikacji przestrzeni publicznej, tematycznie są nowym rozwiązaniem umożliwiającym ilościowe i jakościowe analizy przedstawiające przestrzeń jako kategorię dobra wspólnego w funkcji jej dochodowości bądź wartości rynkowej.

Słowa kluczowe: wartość przestrzeni publicznej, metoda UEK

Wstęp

Wartość ekonomiczna powiązana z wyceną dobra najczęściej w literaturze przedstawiana jest w kontekście finansów przedsiębiorstw, między innymi poprzez wynik finansowy, rentowność, sprzedaż danego aktywu (Maślanka 2009, 2014), czy zabezpieczenia płynności w kontekście niewypłacalności (Rutkowska 2005a, b). W niniejszej pracy określenie wartości dotyczy przestrzeni publicznej, która ma charakter dobra publicznego i jest nierozzerwalnie związana z jakością życia i dobrostanem mieszkańców. W literaturze przedmiotu — bardzo bogatej (m.in. Bedrunka i Malik 2014; Malik 2013) — z zakresu rozwoju regionalnego i lokalnego problem wyceny przestrzeni w ujęciu regionalnym był dotychczas rzadko badany lub wręcz pomijany. Przestrzeń publiczna jest jednym z czynników sprzyjających rozwojowi regionu, który w zasadniczy sposób decyduje o jakości życia mieszkańców. W warunkach występowania samodzielności finansowej i coraz wyższego zadłużenia samorządu (Sołtyk i Dębowska-Sołtyk 2016; Surówka 2013) należy zastanowić się nad instrumentami ekonomicznymi, które promowałyby korzystne kształtowanie przestrzeni publicznej, np. jej uporządkowanie pod względem ochrony krajobrazu jako dobra wspólnego z uwzględnieniem obowiązkowej opłaty (ceny) za jej komercyjne wykorzystanie. Motywem podjęcia próby kwantyfikacji przestrzeni publicznej było określenie wartości przestrzeni publicznej w kategorii propozycji rozwiązań systemowych przy zastosowaniu techniki kapitalizacji prostej dochodu oraz opisu skwantyfikowanej wartościowo przestrzeni w tym zaproponowanych zmiennych objaśniających jak dla wielowymiarowej analizy porównawczej (WAP).

Celem artykułu jest propozycja metodycznego ujęcia wartości rynkowej przestrzeni publicznej jako kategorii dobra wspólnego, w ramach nowej metody z wykorzystaniem klasy rozwiązań MP-odwrotnych. W pracy autorzy prezentują możliwości zastosowania metody UEK do oceny komercyjnego wykorzystania przestrzeni publicznej w woj. małopolskim za rok 2015.

Metoda UEK stanowi zbiór analitycznych zasad obejmujących równania liniowe wraz z taksonomią dla kompletnej wielowymiarowej kostki danych „KWKD” (Ajdukiewicz 1965, s. 232; Deutsch 1969, s. 118; Grabiński 1984; Kotarbiński 1957, s. 3; Olejnik 1998, s. 11; 2011, s. 18; Rao 1982, s. 42). Rodzaj przeprowadzonego rozwiązania (w klasie modeli liniowych) z wykorzystaniem macierzy MP-odwrotnych jest zależny od geometrycznego wymiaru „KWKD” i sprowadza się do równania macierzowego typu: $U \cdot E = K$. W tym równaniu macierz U oznacza macierz zmiennych objaśniających, macierz E oznacza macierz estymatorów, macierz K oznacza macierz zmiennych objaśnianych. Oznaczenia tych trzech macierzy dały nazwę metodzie: UEK. Metoda ta oraz przeprowadzone za jej pomocą badania nad teorią i systematyką wycen przedsiębiorstw w latach 2010–2014 zostały przedstawione po raz pierwszy w ramach przewodu doktorskiego realizowanego na Uniwersytecie Ekonomicznym w Krakowie (Kaczmarczyk 2015, s. 115–162). Modele liniowe stanowią ścisły zbiór rozwiązań jako podklasa najnowszej generacji modeli kompartmentowych (Weryński i inni 2016, s. 11), w których szerokie zastosowanie na gruncie WAP (Tarczyńska-Łuniewska i Tarczyński 2006, s. 9) mają macierze MP-odwrotne (Deutsch 1969, s. 109–135; Rao 1982, s. 44–69; Warmus 1972).

Artykuł składa się z dwóch części: pierwszej, mającej charakter teoretyczny oraz drugiej, zawierającej kwantyfikację przestrzeni publicznej dla woj. małopolskiego a także wynikające z niej wnioski na podstawie przyjętych do analizy zmiennych.

1. Sformułowanie i uzasadnienie problemu badawczego

Przestrzeń publiczna jest kategorią dobra wspólnego, która na mocy obowiązujących przepisów prawnych oraz porządku cywilizacyjnego podlega dziedzicznej ochronie: przeszłość-kontynuacja-przyszłość. W przeprowadzonym przez autorów badaniu, zakres przedmiotowy analizowanej wartości rynkowej przestrzeni publicznej dla obszaru województwa małopolskiego obejmuje badania i próbę odpowiedzi na ważne pytanie, które brzmi: *Jak wartościowa jest przestrzeń publiczna z punktu widzenia jej komercyjnego wykorzystania jako kategoria dobra wspólnego?*

Do podstawowych własności przestrzeni publicznej należy zaliczyć:

- właściwość i stałość terytorialną w czasie i przestrzeni,
- niezbywalność, nieprzenoszalność i dziedziczność,
- ograniczoną podaż,
- obowiązek dbałości i ochrony.

Na gruncie zebranych danych, oraz wyników prac nad przestrzenią publiczną autorzy w niniejszym opracowaniu prezentują nową metodę modelowania wartości przestrzeni publicznej dotyczącą prezentacji pewnej klasy rozwiązań w tak zwanym układzie własnym zmiennych objaśnianych i objaśniających. Problemy badawcze dotyczące kwantyfikacji przestrzeni pojawiają się dość często w praktyce, zwłaszcza w sytuacji, kiedy dane zjawisko czy proces ekonomiczny z różnych względów nie może być rozpatrywany na tle porównawczym, zewnętrznym. W takiej sytuacji nie działa i nie jest spełniona tak zwana zasada sprawiedliwości formalnej danych. To znaczy, porównywalnym kryteriom danych nie odpowiadają porównywalne stany faktyczne. Wobec czego, na gruncie metodyki dla zobrazowania prawidłowości i wzajemnych zależności nie istnieje porównanie zewnętrzne danych. Można zatem stwierdzić, że taki rodzaj analizy spełnia kryteria ograniczonego dostępu do danych zewnętrznych (poza danymi własnymi) — stąd nazwa i wprowadzone pojęcie: analiza w układzie własnym danych przypadku i zmiennej objaśnianej.¹

W sensie analitycznym, opisany powyżej problem jest szczególnym przypadkiem klasy rozwiązań MP-odwrotnych, prostokątnych i poziomych, bez defektu. Ponadto macierz zmiennych objaśnianych U ma wymiar $1 \times u$. W tym przypadku u , oznacza ilość zmiennych analizowanego układu własnego przestrzeni publicznej woj. małopolskiego. W analizie macierz U jest wektorem jednowierszowym i u -kolumnowym.

1. Analizowany przypadek dotyczy sytuacji, kiedy ilość wierszy macierzy wynosi jeden i obszarowo odpowiada województwu małopolskiemu, zatem jednej zmiennej objaśnianej.

2. Charakterystyka ilościowa i analityczne wskazanie klasy rozwiązań w ramach nowej metody kwantyfikacji przestrzeni publicznej

Sformułowany problem badawczy odpowiada równaniu macierzowemu typu:

$$(1) \quad U \cdot E = K,$$

gdzie:

$U_{1 \times u}$ — macierz zdefiniowanych zmiennych jako tabela zmiennych objaśniających, determinujących zmienną objaśnianą w ramach opisu przestrzeni publicznej,

$E_{u \times 1}$ — poszukiwana w toku estymacji macierz wag dla wskazanych zmiennych; liczba wag e_i^\wedge odpowiada liczbie zmiennych dla analizowanego układu własnego przestrzeni publicznej,

$K_{1 \times 1}$ — niezerowa liczba jako zmienna objaśniana, tj. wartość rynkowa przestrzeni publicznej (W_{PP}) z tytułu jej komercyjnego wykorzystania.

Liczba zmiennych (kolumn) macierzy U wynosi u . W związku z powyższym, równanie (1) nosi nazwę tak zwanego układu niedookreślonego — liczba wierszy jest mniejsza od liczby kolumn. Jeżeli U jest macierzą prostokątną i poziomą,² pełnego rzędu,³ bez defektu,⁴ to jednoznacznym rozwiązaniem dla formuły (1) jest:

$$(2) \quad E^\wedge = U^+ \cdot K,$$

gdzie:

E^\wedge — poszukiwana macierz parametrów (wag) $\{e_1^\wedge, e_2^\wedge, \dots, e_u^\wedge\}$ dla analizowanego układu własnego zmiennych: od u_1 do u_u włącznie,

U^+ — macierz MP-odwrotna⁵ do macierzy U , przy czym

$$U^+ \stackrel{def}{\longleftrightarrow} \begin{pmatrix} U \cdot U^+ \cdot U & = & U \\ U^+ \cdot U \cdot U^+ & = & U^+ \\ (U \cdot U^+)^T & = & U \cdot U^+ \\ (U^+ \cdot U)^T & = & U^+ \cdot U \end{pmatrix}.$$

Rozwiązanie opisane w formule (2) spełnia warunek minimalnej wariancji resztowej δ_0^2 , która dla jednowierszowej macierzy — dla przypadku $U_{1 \times u}$ — wynosi:

$$(3) \quad \delta_0^2 = (E^{\wedge T} \cdot E^\wedge) \rightarrow \min.$$

W analizowanym przykładzie, poszukiwana macierz odwrotna do $U_{1 \times u}$ jest macierzą jednowierszową, zatem jej odwrotność $U_{u \times 1}^+$ jest postaci:

$$(4) \quad U^+ = \frac{U^T}{\|U\|_2^2},$$

gdzie:

U^T — macierz transponowana macierzy U ,

$\|U\|_2$ — norma euklidesowa U , czyli długość wektora U , tj.: $\|U\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^{i=u} u_i^2}$,

$\|U\|_2^2$ — kwadrat normy euklidesowej macierzy U , tj.: $\|U\|_2^2 = \sum_{i=1}^{i=u} u_i^2$.

2. Na gruncie metodyki w zastosowanym przykładzie, macierz U ma wymiar prostokątny i poziomy $\stackrel{def}{\longleftrightarrow}$ kiedy ilość wierszy n (tj. przypadków) jest mniejsza od ilości kolumn u (tj. zmiennych, cech opisowych). W analizowanym przykładzie dla woj. małopolskiego: $n = 1$ oraz $u = 8$, $n < u$, macierz U ma wymiar 1×8 .

3. Rzędem macierzy $R(U)$ nazywamy najwyższy stopień jej minorów różnych od zera. Macierz prostokątna i pozioma jest pełnego rzędu jeżeli $R(U_{n \times u}) = n$.

4. Defektem macierzy $R(U_{n \times u}) = n$ nazywamy liczbę określoną w formule $d = \min(n, u) - R(U_{n \times u})$. W przykładzie U ma defekt d -zerowy (jest bez defektu), czyli $d = 1 - 1 = 0$.

5. Klasa macierzy MP-odwrotnych, oznaczona symbolem U^+ pozwala na jednoznaczne i ściśle rozwiązanie układów równań przy zerowym defekcie. Macierz ta ma szczególne znaczenie w analizie przypadków, dla których ilość równań jest mniejsza od ilości zmiennych. Estymatory (wagi modelu) dla rozważanej przestrzeni publicznej uzyskane przy pomocy macierzy MP-odwrotnej są najlepsze liniowo w sensie teorii estymacji, spełniają warunek minimalizacji normy euklidesowej dla wyrażenia $\|U \cdot E - K\| = \|V\|^2 = V^T V \rightarrow \min$.

W związku z formułami (2) i (4), macierz U^+ dla macierzy jednowierszowej jest w postaci

$$(5) \quad U^+ = \begin{bmatrix} u_1^+ = u_1 / \sum_{i=1}^{i=u} u_i^2 \\ u_2^+ = u_2 / \sum_{i=1}^{i=u} u_i^2 \\ \vdots \\ u_u^+ = u_u / \sum_{i=1}^{i=u} u_i^2 \end{bmatrix}.$$

Ostatecznie, uwzględniając formuły (1), (2) i (5), otrzymano rozwiązanie w klasie rozwiązań liniowych:

$$(6) \quad E^\wedge = U^+ \cdot K = \begin{bmatrix} e_1^\wedge \\ e_2^\wedge \\ \vdots \\ e_u^\wedge \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1^+ = u_1 / \sum_{i=1}^{i=u} u_i^2 \\ u_2^+ = u_2 / \sum_{i=1}^{i=u} u_i^2 \\ \vdots \\ u_u^+ = u_u / \sum_{i=1}^{i=u} u_i^2 \end{bmatrix} \cdot K.$$

Dla wynikowej formuły (6) istnieją miary dokładności pozwalające na uzyskanie modelu VaR analizowanej badawczo kwestii:

- wariancja resztowa: $\delta_0^2 = (E^{\wedge T} \cdot E^\wedge) \rightarrow \min$,
- macierz wariancji-kowariancji wektora niewiadomych: $\text{Cov}(E^\wedge) = \delta_0^2 \cdot (I - (U^+ \cdot U))$, gdzie I oznacza macierz jednostkową,
- model odchylenia standardowego jako element $\text{VaR} = \sqrt{U \cdot \text{Cov}(E^\wedge) \cdot U^T}$.

3. Estymacja parametrów modelu wartości przestrzeni publicznej jako kategorii dobra wspólnego na przykładzie województwa małopolskiego

3.1. Studium przypadku na przykładzie Małopolski dla wybranych cech opisujących przestrzeń publiczną z uwzględnieniem danych za rok 2015

Rozważmy przykładowo, ekonomiczną wartość przestrzeni publicznej woj. małopolskiego, dla którego potencjalne roczne wpływy z tytułu komercyjnego wykorzystania przestrzeni publicznej wynoszą 287 mln zł rocznie. Kwota ta stanowi potencjalny, roczny przychód reklamowy dla obszaru woj. małopolskiego z tytułu komercyjnego wykorzystania przestrzeni publicznej. Stanowi ona łącznie 23,9 mln m² aktywnej powierzchni reklamowej dla obszaru małopolski przez 1 zł/m² opłaty za aktywną powierzchnię reklamową pomnożony przez 12 miesięcy.⁶ Przy założonej 8-procentowej stopie dyskontowej⁷ daje to wartość rynkową przestrzeni publicznej:

$$(7) \quad W_{PP} = 287/0,08 = 3\,587,5 \text{ mln zł} \cong 3,6 \text{ mld zł}.$$

Założmy, że przestrzeń publiczna dla województwa małopolskiego (jako zmiennej objaśnianej) została w 2015 roku opisana następującymi zmiennymi objaśniającymi:⁸

6. Szerzej w: (Popławski i Kaczmarczyk 2016).

7. Oprocentowanie długoterminowych obligacji skarbu państwa wynoszące 3% plus przyjęte 5% z tytułu ryzyka.

8. Jest to przykładowy zestaw zmiennych. Aktualnie w ramach badań autorów nad przestrzenią publiczną lista zmiennych jest analizowana i weryfikowana.

- u_1 — liczba mieszkańców — 3,4 mln osób,
- u_2 — powierzchnia — 15,2 tys. km²,
- u_3 — gęstość zaludnienia — 221 osób/km²,
- u_4 — stopa urbanizacji — 49,4%,
- u_5 — powierzchnia Krakowskiego Obszaru Metropolitalnego — 4,3 tys. km²,
- u_6 — liczba ludności dla Krakowskiego Obszaru Metropolitalnego — 1,5 mln osób,
- u_7 — liczba podmiotów gospodarczych w rejestrze REGON — 357 tys.,
- u_8 — ruch turystyczny (stan na 31 grudnia 2014 r.) — 13,1 mln osób.⁹

Pytania problemowe:

- Jak na tle zmiennej objaśnianej (prawdopodobnej wielkości wynoszącej 3 587,5 mln zł.) kształtują się łącznie pozostałe parametry przy zmiennych objaśniających?
- Na gruncie teorii estymacji, jaki jest najlepszy (o minimalnej wariancji) nieunormowany, liniowy model opisujący wartość przestrzeni publicznej?¹⁰

3.2. Rozwiązanie problemu

Zestawiając odpowiednio macierze, otrzymano:

$$(8) \quad U \cdot E = K = W_{PP} = 3\,587,5 \xrightarrow{\text{odpowiada}} [3,4 \quad 15,2 \quad 221,0 \quad 49,0 \quad 4,3 \quad 1,5 \quad 357,0 \quad 13,1]$$

$$(9) \quad [3,4 \quad 15,2 \quad 221 \quad 49 \quad 4,3 \quad 1,5 \quad 357 \quad 13,1] \cdot \begin{bmatrix} e_1^\wedge \\ e_2^\wedge \\ e_3^\wedge \\ e_4^\wedge \\ e_5^\wedge \\ e_6^\wedge \\ e_7^\wedge \\ e_8^\wedge \end{bmatrix} = 3\,587,5.$$

Macierz składająca się z elementów e_i^\wedge (w równaniu 9) to poszukiwana w toku estymacji macierz parametrów — oznaczona E^\wedge , patrz formuła (2) — (dla odpowiednich zmiennych) wyznaczanego modelu kwantyfikującego przestrzeń publiczną.

W kolejnych krokach wyznaczono:

$$\bullet \text{ transponowaną macierz } U^T = \begin{bmatrix} 3,4 \\ 15,2 \\ 221,0 \\ 49,0 \\ 4,3 \\ 1,5 \\ 357,0 \\ 13,1 \end{bmatrix},$$

$$\bullet \text{ normę euklidesową macierzy } U, \text{ tj.: } \|U\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^{i=8} u_i^2} = \sqrt{179\,125,95} = 423,2327,$$

$$\bullet \text{ kwadrat normy euklidesowej macierzy } U, \text{ tj.: } \|U\|_2^2 = 179\,125,95,$$

9. Dane wykorzystane do obliczeń pochodzą z następujących źródeł (z dnia 2016.07.15): Wskaźniki zrównoważonego rozwoju Polski 2015. [@:] <http://stat.gov.pl/obszary-tematyczne/inne-opracowania/inne-opracowania-zbiorcze/wskazniki-zrownowazonego-rozwoju-polski-2015,5,2.html#>; Wskaźniki monitorujące. [@:] <http://stat.gov.pl/wskazniki-monitorujace/>; oraz z dokumentów opublikowanych przez Samorząd Województwa Małopolskiego, [@:] <https://www.malopolska.pl/>.

10. W celu opisowej prezentacji wskazanego zagadnienia na gruncie metodologii klasy macierzy MP-odwrotnych w przykładzie obliczenia wykonano bez normalizacji wskazanych zmiennych i wartości rynkowej przestrzeni publicznej jako zmiennej objaśnianej.

• zgodnie z formułą (5) macierz $U^+ =$

$$\begin{bmatrix} u_1^+ = 3,4/179125,95 = 0,000019 \\ u_2^+ = 15,2/179125,95 = 0,000085 \\ u_3^+ = 221,0/179125,95 = 0,001234 \\ u_4^+ = 49,0/179125,95 = 0,000274 \\ u_5^+ = 4,3/179125,95 = 0,000024 \\ u_6^+ = 1,5/179125,95 = 0,000008 \\ u_7^+ = 357,0/179125,95 = 0,001993 \\ u_8^+ = 13,1/179125,95 = 0,000073 \end{bmatrix},$$

• według wzorów (1), (2) i (6) poszukiwanych, estymowanych parametrów w formule $E^\wedge = U^+ \cdot K$:

$$E^\wedge = U^+ \cdot K = U^+ \cdot W_{PP} = \begin{bmatrix} 0,000019 \\ 0,000085 \\ 0,001234 \\ 0,000274 \\ 0,000024 \\ 0,000008 \\ 0,001993 \\ 0,000073 \end{bmatrix} \cdot 3\,587,5 = \begin{bmatrix} e_1^\wedge = 0,068 \\ e_2^\wedge = 0,304 \\ e_3^\wedge = 4,427 \\ e_4^\wedge = 0,981 \\ e_5^\wedge = 0,086 \\ e_6^\wedge = 0,030 \\ e_7^\wedge = 7,151 \\ e_8^\wedge = 0,262 \end{bmatrix},$$

Następnie sprawdzono wyniki na podstawie formuł (1) i (2) dla wyjściowego układu równań:

$$\begin{aligned} (10) \quad W_{PP} &= 3,4 \cdot 0,068 + 15,2 \cdot 0,304 + 221 \cdot 4,427 + 49 \cdot 0,981 + \\ &\quad + 4,3 \cdot 0,086 + 1,5 \cdot 0,03 + 357 \cdot 7,151 + 13,1 \cdot 0,262 = \\ &= 3\,587,5 \end{aligned}$$

Wartość przestrzeni publicznej z punktu widzenia komercyjnego jej wykorzystania za pomocą techniki kapitalizacji prostej na podstawie formuły (7) wynosi 3 587,5 mln zł. Ponadto formuły (8), (9) i (10) przedstawiają analitykę i wpływ dla przyjętych zmiennych objaśniających oraz ich estymatorów w kontekście wyceny przestrzeni publicznej dla analizowanego zagadnienia.

Podsumowanie

Zaprezentowany w publikacji autorski model (10) wyceny przestrzeni publicznej z wykorzystaniem macierzy MP-odwrotnych nie wyczerpuje katalogu cech opisujących analitycznie wartość przestrzeni publicznej. Podejście modelowe w klasie rozwiązań liniowych stanowi jedynie próbę czy propozycję dla szerokiego spektrum analiz dotyczących kwantyfikacji komercyjnego wykorzystania przestrzeni przez reklamodawców zawłaszczających coraz bardziej dobro wspólne. Dla obszaru małopolski oszacowana, przy wykorzystaniu metody reprezentacyjnej (Steczkowski 1995, s. 41), aktywna powierzchnia reklamowa wynosi 2,4 tys. ha, co stanowi ok. 0,2% powierzchni ogółem. Zaprezentowana analitycznie klasa rozwiązań uogólnionych jako tzw. bezpośrednia metoda wyceny (Bajerowski 2000, s. 68) w koncepcji przenoszenia korzyści (Anderson i Śleszyński 1996, s. 179) zawiera efektywny algorytm w zakresie nowych rozwiązań ilościowych dotyczących analizy wartości rynkowej przestrzeni publicznej jako kategorii dobra wspólnego w wybranych aspektach.

Autorzy, analizując w artykule przypadek ilościowego opisu wartości przestrzeni publicznej z tytułu komercyjnego jej wykorzystania zwracają uwagę na uniwersalne, istotne ograniczenia dotyczące modeli wycen przestrzeni publicznej:

- Na gruncie metod ilościowych rekomendowane ogólnie wzór, bądź wzory (bez względu na przyjętą klasę rozwiązań) dotyczą tylko i wyłącznie wykorzystywanych w tym celu zmiennych.
- Uzyskane w klasie rozwiązań uogólnionych rozwiązanie należy rozpatrywać i interpretować w sposób łączny — wzór jako całość opisu.
- Uzyskany dla zmiennej objaśnianej wzór (9) określający wartość przestrzeni publicznej z tytułu jej komercyjnego wykorzystania (wartość przestrzeni wyrażona w złotych) nie zależy

od przyjętych jednostek dla zmiennych objaśniających.¹¹ Zatem w ramach stosowanych analiz WAP przyjęte jednostki (miana) nie mają analitycznego oraz symbolicznego wpływu na wielkość zmiennej objaśnianej.

- Na gruncie cywilizacyjnym, zagospodarowanie przestrzeni publicznej w sensie komercyjnego jej wykorzystania nie funkcjonuje na podstawie wzorów, lecz między innymi na podstawie teorii estymacji istnieją w klasie rozwiązań uogólnionych optymalne, w sensie MNK wzory najlepiej opisujące kwantyfikacje przestrzeni publicznej. Analogicznie, uwzględniając teorie współczesnej ekonomii można wskazać na teorie cykli koniunkturalnych (Jakimowicz 2003, s. 42), bądź różne modele porównawcze opisujące rynki kapitałowe (Milo i inni 2010, s. 39).

Z pewnością w ciągu dalszych badań i analiz przedstawiony model wymaga poszerzenia, uzupełnienia o ważne cechy, dalsze zmienne ilościowe i jakościowe, w szczególności dotyczące sfery finansów publicznych, czy wprost zmiennych urbanistycznych — łącznie stanowiących o całokształcie wypracowania analitycznej formuły czynszowej za komercyjne wykorzystanie przestrzeni publicznej jako kategorii dobra wspólnego. Według zaproponowanej w pracy metody, wartość przestrzeni publicznej dla obszaru województwa małopolskiego jako kategorii dobra wspólnego, wyłącznie z tytułu jej komercyjnego wykorzystania wynosi w przybliżeniu 3,6 mld zł.

Literatura

- AJDUKIEWICZ K. (1965): *Logika pragmatyczna*. Warszawa, Państwowe Wydawnictwo Naukowe.
- ANDERSON G., ŚLESZYŃSKI J. (red.) (1996): *Ekonomiczna wycena środowiska przyrodniczego. Referaty z konferencji „Wartościowanie dóbr i zasobów środowiska”*. Białowieża, 29 maja – 1 czerwca 1994 r., Białystok, „Ekonomia i Środowisko”.
- BAJEROWSKI T. (red.) (2000): *Wycena krajobrazu. Rynkowe aspekty oceny i waloryzacji krajobrazu*. Olsztyn, „Educaterra”.
- BEDRUNKA K., MALIK K. (2014): *Sustainable development jako współczesna koncepcja i strategia rozwoju regionalnego*. [w:] J. Potocki i J. Ładysz (red.): *Gospodarka przestrzenna. Dylematy i wyzwania współczesności*, Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, t. 339, Wrocław, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego.
- DEUTSCH R. (1969): *Teoria estymacji*. L.T. Kubik (tłum.), Biblioteka Naukowa Inżyniera, Warszawa, Państwowe Wydawnictwo Naukowe.
- GÓRKA K., ŁUSZCZYK M. (2015): *Ile państwa w państwie? Podstawowy dylemat współczesnej polityki rozwoju*. „Barometr Regionalny. Analizy i Prognozy”, nr 13 (4), s. 7–14.
- GRABIŃSKI T. (1984): *Wielowymiarowa analiza porównawcza w badaniach dynamiki zjawisk ekonomicznych*. Zeszyty Naukowe/Akademia Ekonomiczna w Krakowie Seria Specjalna, Monografie, t. 61, Kraków, AE.
- JAKIMOWICZ A. (2003): *Od Keynesa do teorii chaosu. Ewolucja teorii wahań koniunkturalnych*. Współczesna Ekonomia, Warszawa, Wydawnictwo Naukowe PWN.
- KACZMARCZYK B. (2015): *Wielowymiarowe ujęcie estymacji wartości rynkowej przedsiębiorstw na przykładzie branży energetycznej*. doktorat, Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie, Wydział Finansów, Kraków.
- KOTARBIŃSKI T. (1957): *O pojęciu metody*. Zeszyty Wydziału Filozoficznego Uniwersytetu Warszawskiego, t. 1, Warszawa, Państwowe Wydawnictwo Naukowe.
- ŁUSZCZYK M. (2013): *Pomiar jakości życia w skali międzynarodowej*. Kraków, Fundacja Uniwersytetu Ekonomicznego.
- MALIK K. (red.) (2013): *Polityka rozwoju regionów oparta na specjalizacjach inteligentnych*. Studia/Polska Akademia Nauk Komitet Przestrzennego Zagospodarowania Kraju, t. 155, Warszawa, Komitet Przestrzennego Zagospodarowania Kraju PAN.

11. Twierdzenie czwarte (oznaczone jako TW4) autorstwa B. Kaczmarczyka, które brzmi: „Jeżeli w ramach Wielowymiarowej Analizy Porównawczej normalizacja, w tym unitaryzacja zmiennych ilościowych, ma na celu uwolnienie kostki danych od jednostek i efektu skali oraz doprowadzenie danych do porównywalności rodzajowej, to jednostki dla przyjętych zmiennych nie mają wpływu symbolicznego i analitycznego w ramach rozwiązania modelowego na jednostkę i wielkość zmiennej objaśnianej.” — dyskutowane naukowo (treść, zapis formalny, dowód, wraz z przykładami liczbowymi) na forum Uczelni Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, Seminarium Międzywydziałowe w dniu 22 czerwca 2016 r., materiał niepublikowany.

- MALIK K., BEDRUNKA K. (2015): *Efektywność strategiczna i alokacyjna polityki rozwoju regionu*. [w:] M. Markowska, D. Głuszczyk i A. Sztando (red.): *Problemy rozwoju regionalnego i lokalnego*, t. 393, Wrocław, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego.
- MAŚLANKA T. (2009): *Wartość czy zysk — rozważania na temat głównego celu zarządzania finansami przedsiębiorstwa*. [w:] S. Owsiak (red.): *Bankowość w dobie kryzysu finansowego a perspektywy rozwoju regionów. Tom III. Przedsiębiorstwa wobec kryzysu finansowego*, Bielsko-Biała, Wydawnictwo Wyższej Szkoły Bankowości i Finansów.
- MAŚLANKA T. (2014): *Wpływ poziomu opodatkowania na rentowność przedsiębiorstw*. [w:] Z. Dresler (red.): *Rentowność przedsiębiorstw w Polsce*, Kraków, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego.
- MIŁO W., MALACZEWSKI M., SZAFRAŃSKI G., ULRICHS M., WOŚKO Z. (2010): *Stabilność rynków kapitałowych a wzrost gospodarczy*. Współczesna Ekonomia, Warszawa, Wydawnictwo Naukowe PWN.
- OLEJNIK M.R. (1998): *O pomiarze. Pomiar i mierzenie — koncepcja Kazimierza Ajdukiewicza i jej krytyka*. Częstochowa, Wydawnictwo PC.
- OLEJNIK M.R. (2011): *Matematyczna teoria miary a metodologiczne analizy procedur pomiarowych*. Tarnów, Wydawnictwo Diecezji Tarnowskiej BIBLOS.
- POPŁAWSKI Ł. (2009): *Uwarunkowania ekorozwoju gmin wiejskich na obszarach chronionych województwa świętokrzyskiego*. Warszawa, Wydawnictwo Naukowe PWN.
- POPŁAWSKI Ł., KACZMARCZYK B. (2016): *Problemy zrównoważonego rozwoju — wycena przestrzeni publicznej*. „Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu” (452), s. 58–64.
- RAO C.R. (1982): *Modele liniowe statystyki matematycznej*. R. Zieliński (tłum.), Warszawa, Państwowe Wydawnictwo Naukowe.
- RUTKOWSKA J. (2005a): *Płynność i zadłużenie jako parametry niewypłacalności polskich przedsiębiorstw*. [w:] S. Pangsy-Kania i G. Szczodrowski (red.): *Polska gospodarka w UE. Innowacyjność, konkurencyjność, nowe wyzwania*, Gdańsk, Fundacja Rozwoju Uniwersytetu Gdańskiego.
- RUTKOWSKA J. (2005b): *Utrata płynności czy wypłacalności? Główna determinanta zagrożenia kontynuowania działalności polskich przedsiębiorstw*. [w:] J. Ostaszewski (red.): *Finanse przedsiębiorstwa*, Monografie i Opracowania Naukowe/Szkoła Główna Handlowa w Warszawie. Kolegium Zarządzania i Finansów, Warszawa, SGH w Warszawie.
- SOŁTYK P., DĘBOWSKA-SOŁTYK M. (2016): *Finanse samorządowe*. Warszawa, Difin.
- STECZKOWSKI J. (1995): *Metoda reprezentacyjna w badaniach zjawisk ekonomiczno-społecznych*. Warszawa-Kraków, Wydawnictwo Naukowe PWN.
- SURÓWKA K. (2013): *Samodzielność finansowa samorządu terytorialnego w Polsce. Teoria i praktyka*. Warszawa, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne.
- TARCZYŃSKA-ŁUNIEWSKA M., TARCZYŃSKI W. (2006): *Metody wielowymiarowej analizy porównawczej na rynku kapitałowym*. FFF Inwestycje, Warszawa, Wydawnictwo Naukowe PWN.
- WARMUS M. (1972): *Uogólnione odwrotności macierzy*. Warszawa, Państwowe Wydawnictwo Naukowe.
- WERYŃSKI A., WANIEWSKI J., NAHORSKI Z. (2016): *Modele kompartmentowe*. Warszawa, Wydawnictwa Drugie.
- WINPENNY J.T. (1995): *Wartość środowiska. Metody wyceny ekonomicznej*. K. Kafel i I. Szymaniak (tłum.), Warszawa, Państwowe Wydawnictwo Ekonomiczne.