

**Krzysztof Grudzień, Zbigniew Chaniecki, Dominik Sankowski**

*Politechnika Łódzka*

*Wyższa Szkoła Kultury Społecznej i Medialnej w Toruniu*

## **ALGORYTMY KONSTRUKCJI OBRAZÓW W SYSTEMACH TOMOGRAFII PROCESOWEJ**

### **1. Wprowadzenie**

Ciągły rozwój technologii produkcji wymaga uzyskiwania coraz dokładniejszej wiedzy na temat procesów przemysłowych. Prowadzone badania naukowe w tym zakresie mają na celu opracowanie metod eliminujących niepożądane zjawiska występujące podczas normalnej pracy systemu przemysłowego. Zagrożenie dla procesu przemysłowego pojawia się wówczas, gdy następuje niechciana zmiana w jego właściwościach – krytycznych parametrach przepływu – bądź proces niebezpiecznie wybiega poza normy. Skutkiem tego może być niższa wydajność procesu, produkt o mniejszej jakości, czy nawet produkt nienadający się do użycia. Optymalne sterowanie procesem wymaga zastosowania technik pomiarowych, które dostarczą do modułu kontroli informacje o stanie procesu. Zainstalowanie standardowych przyrządów pomiarowo-kontrolnych w instalacjach przemysłowych, często wysokociśnieniowych (np. w rurociągu wydobywającym ropę naftową z dna oceanu), wymaga m.in. wykonania otworów, czyli ingerencji w proces. Takie rozwiązanie może skutkować osłabieniem konstrukcji zbiornika czy zakłóceniem kontrolowanego procesu.

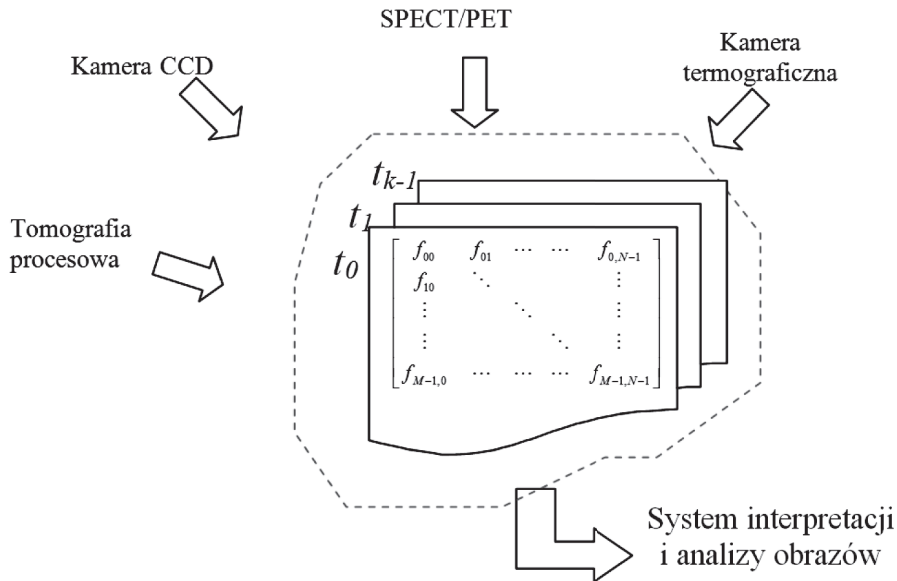
Pojawiła się zatem potrzeba zastosowania nieinwazyjnych metod, które umożliwiają badanie oraz monitorowanie zjawisk fizykochemicznych zachodzących w obszarach zamkniętych, takich jak zbiorniki, komory mieszalnicze i rurociągi. Dodatkowo wysoka efektywność pracy systemów pomiarowych nie będzie obniżona w trudnym, przemysłowym środowisku pracy. Aby sprostać tym wymaganiom stawianym przez systemy przemysłowe konstruowane i rozwijane są coraz to lepsze narzędzia do monitorowania stanu procesu.

### **2. Obrazowanie procesu przemysłowego**

W przypadku monitorowania złożonych procesów przemysłowych istotne jest, aby zebrane dane pomiarowe i ich późniejsze przetworzenie umożliwiły wydobycie jak największej ilości informacji o dużej wartości badawczej o procesie

przemysłowym. Istniejący na rynku szereg systemów kontrolnych opartych na klasycznych metodach pomiarowych przepływów, pozwalających zdiagnozować czy zmierzyć przepływ, spełnia część tych wymagań. Od narzędzi pomiarowych oczekuje się przede wszystkim braku ich wpływu na badany proces – nieinwazyjności, oraz możliwości kontroli procesu w czasie rzeczywistym. Ważna jest również możliwość przeprowadzania coraz to wnikliwszych badań nad procesami przepływu – szczególnie wówczas, gdy konieczna jest znajomość przestrzenno-czasowa stanu badanego procesu. Z punktu widzenia dostarczenia wiedzy o monitorowanym procesie najbardziej wartościowym rodzajem technik pomiarowych są systemy bazujące na obrazie procesu. Do grupy tego rodzaju systemów możemy zaliczyć systemy pomiarowe oparte na technikach tomograficznych czy optycznych. W obu zastosowaniach system kontroli bazuje na analizie informacji wizyjnej, powstającej w inny sposób. Systemy pomiarowe oparte na analizie i przetwarzaniu informacji wizyjnej w porównaniu z klasycznymi narzędziami pomiarowymi posiadają dwie główne zalety. Zdecydowanie lepiej uwidaczniają zjawiska fizykochemiczne zachodzące (w czasie i przestrzeni) podczas procesu przemysłowego, co pozwala na opracowanie lepszych metod kontroli i diagnozowania procesów przemysłowych. Drugą zaletą to nieinwazyjność pomiaru. Sposób uzyskania obrazu przepływu może być bezpośredni, gdy obraz zostaje pozyskany prosto z kamery CCD czy kamer termowizyjnych [Di Monaco i in., 1993; Someya i Takei, 2005], albo pośredni – oparty na konstrukcji obrazu w przypadku zastosowania techniki tomograficznej [Beck i Płaskowski, 1987; Williams i Beck, 1995; Sankowski i Sikora, 2010]. Oba sposoby zostały w literaturze nazwane obrazowaniem procesu [Płaskowski i in., 1995; McCann i in., 2005]. Powstający obraz jest pierwszym etapem w otrzymywaniu informacji o przepływie. W następnym etapie zastosowanie algorytmów przetwarzania i analizy obrazów (rys. 1) daje odpowiedź na dogłębne pytania stawiane przez naukowców i inżynierów zajmujących się badaniem i kontrolą procesów przepływu [Mosorow, 2015; Grudzień i in., 2014].

Należy w tym miejscu również nadmienić, że szeroko stosowane w literaturze pojęcie rekonstrukcji obrazu wywodzi się z literatury anglojęzycznej. Wydaje się celowe zastąpienie tego stwierdzenia pojęciem konstrukcji obrazu, jeśli opis zagadnienia jest prezentowany w języku polskim. Dodatkowy argument, który za tym przemawia, to fakt, że w rzeczywistości nie jest to proces rekonstrukcji obrazu, gdyż żaden obraz nie istnieje. Natomiast technika tomograficzna pozwala nam zobrazować wnętrze obiektu poprzez budowanie jego obrazu. W niniejszym artykule pojęcia konstrukcji i rekonstrukcji są używane zamiennie, aby Czytelnik mógł z większą łatwością przyswoić przedstawiony opis.



Rys. 1. Systemy tworzenia informacji wizyjnej określające pole dynamiczne przepływu ( $k$  – liczba obrazów,  $M \times N$  – rozmiar obszaru wizyjnego) (opracowanie własne)

### 3. Tomografia procesowa

Obrazowanie oparte na kamerach CCD wymaga użycia przezroczystego zbiornika, w którym odbywa się badany proces przemysłowy. Dodatkowo istnieje potrzeba swobodnego dostępu do procesu przemysłowego. Urządzenia przemysłowe, w odróżnieniu od stanowisk laboratoryjnych, często nie spełniają takich wymogów. Dodatkowo techniki oparte na obrazach z kamer CCD niejednokrotnie wymagają użycia cząstek znacznikowych w celu umożliwienia obserwacji przepływu na podstawie sekwencji obrazów [Suchecki, 2001; Someya i Takei, 2005]. Skutkuje to pewnego rodzaju inwazją w proces przemysłowy. Pomiar przepływu tą metodą daje lepszy efekt dla pomiaru płynów, natomiast dla przepływu materiałów sypkich o gęstym upakowaniu jest niewystarczający (może być obciążony choćby błędem związanym z oświetleniem materiału) i ogranicza się jedynie do warstw zewnętrznych. Podobne cechy obrazowania mają miejsce przy użyciu kamer termowizyjnych. Szukając technik pozwalających obrazować proces przemysłowy w sposób, który umożliwia „zajrzenie” do środka nieprzezroczystego naczynia, użyto technik obrazowania pacjenta w medycynie – tomografii medycznej. W połowie lat osiemdziesiątych nauki medyczne zaczęły również stosować tomografię impedancyjną jako bezpieczną i tanią metodę do obrazowania pracy organów wewnętrznych człowieka [Brown, 1985]. Okazało

się, że idea technik tomograficznych zaczerpnięta z medycyny eliminuje większość problemów, z którymi nie mogła sobie poradzić technika optyczna oparta na kamerze CCD. Przede wszystkim możliwe stało się monitorowanie i śledzenie systemów nieprzezroczystych oraz otrzymanie ilościowej i jakościowej informacji z miejsc niedostępnych dla techniki optycznej.

W odróżnieniu od tomografii medycznej systemy tomograficzne stosowane do obrazowania procesu nazywane są systemami tomografii procesowej. Tomografię procesową można zdefiniować jako nieinwazyjną technikę wizualizacji procesu przemysłowego zachodzącego wewnątrz zamkniętego nieprzezroczystego obiektu bez naruszenia jego struktury [Williams i Beck, 1995]. Słowo „tomografia” jest złożeniem greckich wyrazów *tomos* („cięty, tnący, podzielony na segmenty”) i *graphien* („skrobać, rysować, pisać”) i oznacza dziedzinę zajmującą się uzyskiwaniem obrazów warstwowych. Technika tomograficzna opiera się na wygenerowaniu sygnału pomiarowego oraz jego zebraniu z czujnika umieszczonego na granicy zbiornika i wizualizacji stanu badanego procesu przemysłowego w postaci skonstruowanych obrazów 2D bądź 3D. Natomiast przetwarzanie i analiza obrazów tomograficznych jest atrakcyjną i systematycznie rozwijaną dziedziną informatyki stosowanej, mającą na celu zwiększenie efektywności sterowania i monitorowania procesów przemysłowych [Mosorow, 2015; Grudzień i in., 2014; Sankowski i in., 2011]. Tomografia procesowa, co należy podkreślić, jest interdyscyplinarną gałęzią nauki.

### 3.1. Tomograficzny obraz procesu przemysłowego

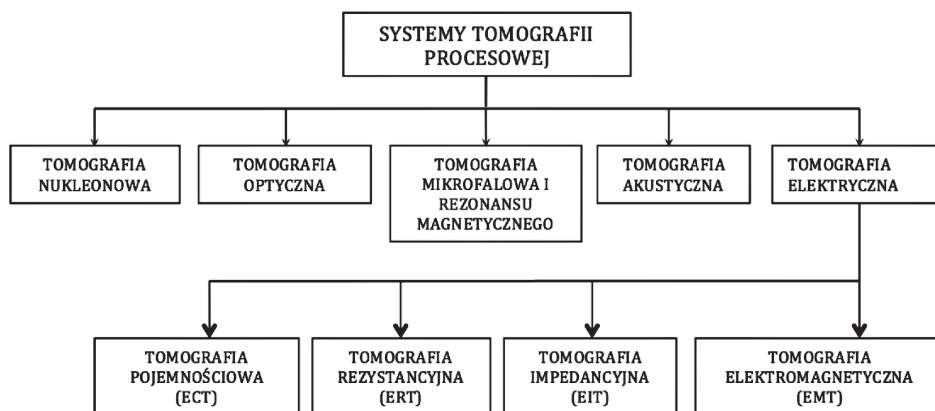
Tomografia procesowa jest stosunkowo młodą techniką pomiarową; początki zawdzięcza stosowanej na dużą skalę, już od wielu lat, tomografii medycznej. Postęp technologiczny pozwolił na adaptację tego rodzaju techniki do zastosowań w warunkach przemysłowych, nie tylko laboratoryjnych. Obrazowanie wnętrza badanego obiektu – procesu przemysłowego – w przypadku tomografii procesowej jest analogiczne do tomografii medycznej. Różnice uwypuklają się przede wszystkim w potrzebie interpretacji wyników pomiarów w czasie rzeczywistym w stosunku do badanego procesu przemysłowego. W przypadku tomografii medycznej czas pozyskiwania danych jest zdecydowanie dłuższy, co jest spowodowane prześwietleniem dużą liczbą promieni (pomiarów) w zasadzie nieruchomego obiektu – człowieka. Procesy przemysłowe zazwyczaj charakteryzują się dużą dynamiką i w każdej chwili czasowej zmienia się ich stan [Seville, 1997; Grudzień i in., 2010]. Dla tego rodzaju zastosowań nieodzowne staje się zwiększenie liczby otrzymanych obrazów w jednostce czasu (rozdzielczość czasowa), a co za tym idzie – powstających przy mniejszej liczbie pomiarów, na podstawie których uzyskuje się pojedynczy obraz. Inna zasadnicza różnica leży

w sposobie interpretacji wyników. Należy mieć na względzie to, że lekarz oczekuje najczęściej pojedynczego obrazu, dokładnie przedstawiającego wnętrze pacjenta. Interpretacja obrazu tomograficznego jest tu dokonywana przez tzw. ludzką inspekcję (ang. *human inspection*). Odpowiednia interpretacja otrzymanych danych pozwala na podjęcie decyzji, a dla pacjenta pewien czas zwłoki nie musi być parametrem decydującym w jego leczeniu. Dla inżyniera, który chce mieć możliwość kontroli procesu online, potrzebna jest określona informacja o stanie procesu przemysłowego w jak najszybszym czasie, a informacja ta może zostać podana w postaci obrazu [York i in., 2001] lub parametrów procesu wyznaczonych na podstawie sekwencji obrazów tomograficznych. Obrazy tomograficzne powinny być uzyskane z danych tomograficznych w czasie rzeczywistym – online (czas rzeczywisty należy tu rozumieć jako czas relatywny do zachodzących zmian w badanym procesie przemysłowym). Dla dynamicznych procesów przemysłowych wymagane jest, aby czas reakcji na zaistniałą sytuację był jak najkrótszy. Dlatego też podjęcie decyzji o odpowiednim działaniu powinno być dokonane przez skomputeryzowany system o dużej mocy obliczeniowej, a rzadko przez człowieka.

### 3.2. Rodzaje technik tomograficznych

Dwa główne parametry systemów obrazowania procesów przemysłowych to rozdzielczość czasowa pomiarów oraz rozdzielczość przestrzenna. Prace badawczo-rozwojowe technik tomograficznych koncentrują się na otrzymaniu systemu, który dostarczy obraz z jak najlepszą rozdzielczością przestrzenną, umożliwiając rozróżnienie dwóch blisko znajdujących się obiektów, a równocześnie zapewni możliwość uzyskania jak największej liczby obrazów procesu przypadających na jednostkę czasu. Spełnienie obu wymagań jest bardzo trudnym zadaniem, jeśli nie niemożliwym. Wybór odpowiedniej techniki tomograficznej w celu znalezienia optymalnej równowagi między rozdzielczością czasową oraz przestrzenną zależy od rodzaju procesu, jaki podlega obrazowaniu. Sercem każdego systemu tomograficznego jest podsystem pomiarowy [Williams i Beck, 1995; Płaskowski i inni, 1995; Scott i McCann, 2005]. Zasadą doboru odpowiedniego podsystemu pomiarowego jest wykorzystanie różnic lub kontrastów we właściwościach badanego procesu przemysłowego. Rodzaje technik tomograficznych są nazywane zgodnie z fizycznymi właściwościami pomiaru, na którym one bazują. Klasyfikacja tych technik może być przeprowadzona ze względu na sposób formowania sygnału pomiarowego czy złożoność wymagań dotyczących rozwiązania problemu odwrotnego – rekonstrukcji obrazu [Yang i Peng, 2003; Lionheart, 2004]. Na rys. 2 przedstawiono w postaci diagramu podział technik

tomograficznych w zależności od rodzaju zastosowanego systemu pomiarowego, a co się z tym wiąże – czujników [Williams i Beck, 1995].



Rys. 2. Podział systemów tomografii procesowej (zespół tomoKIS)

Wybór odpowiedniego rodzaju tomografii jest kluczowy dla późniejszej jakości informacji otrzymywanej z systemu pomiarowego. Decydując się na pewien rodzaj tomografii, należy wziąć pod uwagę wiele czynników, które pozwolą wybrać najodpowiedniejszy rodzaj tomografu. Główne zagadnienia, które należy mieć na względzie, to: właściwości fizykochemiczne badanych substancji, oczekiwany rodzaj informacji, zamierzony cel pomiarów (badania laboratoryjne, optymalizacja narzędzia, pomiar procesu czy jego kontrola), wymagania dotyczące szybkości akwizycji danych i rozdzielczości przestrzennej pomiaru, koszt zbudowania i utrzymania systemu (skala przedsięwzięcia), bezpieczeństwo personelu i sprzętu w przypadku pracy z materiałami niebezpiecznymi (materiały wybuchowe, promieniotwórcze) oraz środowisko pracy [Williams i Beck, 1995].

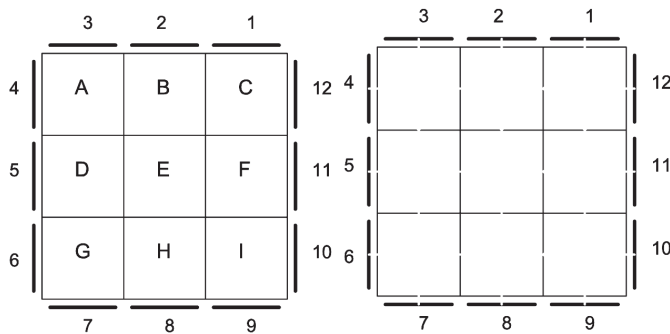
Zasada budowy obrazu tomograficznego (nazywana w literaturze bardzo często rekonstrukcją obrazu) dla różnych technik tomograficznych opiera się na podobnych matematycznych zasadach przekształcenia zbioru pomiarów w obraz tomograficzny. Oczywiście istnieją różnice dotyczące praw fizyki związane z zastosowanym typem sygnału pomiarowego (promienie X w tomografii rentgenowskiej czy pojemność elektryczna w elektrycznej tomografii pojemnościowej) [Cerniak, 2005].

Kolejne rozdziały przybliżą proces rekonstrukcji obrazów tomograficznych w oparciu o rozważania teoretyczne i pokażą też wyniki rekonstrukcji obrazu dla różnych rodzajów zastosowania technik tomograficznych. Autorzy w opisie ograniczyli się do wybranych technik rekonstrukcji obrazu i technik tomograficznych,

aby treść artykułu była jak najbardziej zrozumiała dla Czytelników zaczynających przygodę z tematem wizualizacji procesów przemysłowych.

#### 4. Algebraiczna metoda konstrukcji obrazu

Opisana w niniejszym rozdziale metoda rekonstrukcji obrazu opiera się na dyskretyzacji obszaru czujnika. Możliwość przeprowadzenia analizy w dziedzinie dyskretnej wynika ze specyfikacji systemu tomograficznego. Dla przedstawienia procesu rekonstrukcji obrazów autorzy posłużą się uproszczonym modelem czujnika pomiarowego. Na rys. 3 pokazano przekrój obiektu kwadratowego z naniesionymi na nim elementami generującymi sygnał pomiarowy oraz wykrywającymi sygnał (detektor). Dla uproszczenia przyjęto, że droga sygnału między źródłem sygnału (pozycje oznaczone 1...3 oraz 10...12) a detektorem (pozycje oznaczone 4...9) jest stała. Każda para źródło-detektor stanowi jeden element wektora pomiarowego, jeden sygnał pomiarowy. Liczba par w przytoczonym przykładzie jest równa 6:  $P_{1-9}$ ,  $P_{2-8}$ ,  $P_{3-7}$ ,  $P_{12-4}$ ,  $P_{11-5}$  oraz  $P_{10-6}$ . Liczba elementów (pikseli), na jakie został podzielony badany obszar, wynosi 9 (oznaczonych jak A,B,C,...,I).



Rys. 3. Uproszczony schemat czujnika tomografu; A, B, C ...I, oznaczenia pikseli obrazu; 1..3 oraz 10...12 oznaczenia źródeł sygnału pomiarowego; 4...6 oraz 7...9 oznaczenia detektorów sygnału pomiarowego, [PTL application note, 2001]

W przypadku pojawienia się obiektu wypełniającego w części badany przekrój część sygnałów zostanie zatrzymana i nie dotrze do detektora. Przyjmijmy wartość sygnału pomiarowego dla tego przypadku równą 0. Natomiast w przypadku braku wypełnienia między danym źródłem a detektorem wartość sygnału w detektorze wyniesie 1. W przypadku pojawienia się obiektu wypełniającego np. element E wartość sygnału dla detektorów 5 oraz 8 wyniesie 0, dla reszty detektorów będzie ona równa 1. Informacja zapisana w zebranych pomiarach jest wystarczająca, aby przedstawić w formie zrekonstruowanego obrazu położenie obiektu wewnątrz czujnika pomiarowego. Ten typ czujnika można spotkać np. w procesowych

tomografach optycznych, dla których zasłonięcie detektora równoważne jest z pojawieniem się obiektu na drodze źródło-detektor [Rząsa i in., 2007].

Pierwszym etapem w procesie rekonstrukcji obrazu jest ustalenie wpływu położenia obiektu wewnątrz czujnika na pomiar sygnału między poszczególnymi parami źródło-odbiornik. Informacja ta zostaje zapisana w formie zbioru map wag (nazywanych mapami wrażliwości/czułości w przypadku tomografii elektrycznej) dla każdej pary źródło-detektor. W przypadku analizowanego rozkładu źródło-detektor (rys. 3) mapy przyjmują następującą postać:

$$\begin{aligned}
 W_{1-9} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad W_{2-8} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad W_{3-7} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 W_{12-4} &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad W_{11-5} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad W_{10-6} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{1}$$

Przygotowany zestaw map pozwala na wyznaczenie wartości pomiarów dla danego położenia obiektów wewnątrz czujnika. Ta operacja nazywana jest zagadnieniem prostym (ang. *forward problem*) i stanowi bardzo istotny element w procesie rekonstrukcji obrazów (ang. *inverse problem*). Dla tak przygotowanych map wartość sygnału na detektorze  $m$  przy źródle  $n$  może zostać wyznaczona jako:

$$S_{n-m} = W_{n-m}(1,1) * K_A + W_{n-m}(1,2) * K_B + W_{n-m}(1,3) * K_C + \dots + W_{n-m}(3,3) * K_I \tag{2}$$

Dla uproszczenia rozważań przyjmijmy, że w przypadku obecności obiektu w obszarze piksela przypisana zostanie mu wartość  $K=1$ , natomiast przy braku wypełnienia wartość ta wyniesie  $K=0$ . Dla pary  $P_{2-8}$ , gdy obiekt znajduje się w położeniu E, wartość sygnału wyniesie:

$$\begin{aligned}
 S_{2-8} &= W_{2-8}(1,1) * 0 + W_{2-10}(1,2) * 1 + W_{2-10}(1,3) * 0 + W_{2-8}(2,1) * 0 + \\
 &W_{2-10}(2,2) * 1 + W_{2-10}(2,3) * 0 + W_{2-8}(3,1) * 0 + W_{2-10}(3,2) * 1 + W_{2-10}(3,3) * 0 = 1
 \end{aligned} \tag{3}$$



Zapis dla wszystkich sygnałów pomiarowych systemu tomograficznego można przedstawić w następujący sposób:

$$\sum_{j=1}^N w_{ij} k_j = s_i, \quad i = 1 \dots M, \quad (4)$$

gdzie  $M$  oznacza liczbę sygnałów pomiarowych (liczbę par źródło-detektor),  $w_{ij}$  oznacza wartość macierzy wag dla piksela o położeniu w punkcie  $j$  dla sygnału pomiarowego  $i$ ,  $N$  oznacza liczbę pikseli w obrazie. Zastosowanie tego zapisu wymaga przeorganizowania danych w mapach  $W$  oraz obrazu  $K$ , zawierających wartości pikseli. W tym celu informacja o wagach jest zebrana w jedną macierz o postaci:

$$W = \begin{bmatrix} w(1,1) & \dots & w(1,N) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w(M,1) & \dots & w(M,N) \end{bmatrix}_{M \times N} \quad \begin{array}{l} \text{mapa wag dla pierwszej pary źródło – detektor} \\ \vdots \\ \text{mapa wag dla } N - \text{tej pary źródło – detektor} \end{array} \quad (5)$$

Dla przedstawionego przykładu macierz ta przyjmuje postać:

$$W = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}_{6 \times 9} \rightarrow \begin{array}{l} w_{1-9} \\ w_{2-8} \\ w_{3-7} \\ w_{12-4} \\ w_{13-5} \\ w_{14-6} \end{array} \quad (6)$$

Macierz obrazu oraz wektor sygnału pomiarowego są zorganizowane w następujący sposób:

$$K = \begin{bmatrix} k_a \\ k_b \\ k_c \\ k_d \\ k_e \\ k_f \\ k_g \\ k_h \\ k_i \end{bmatrix}_{9 \times 1} \quad S = \begin{bmatrix} s_{1-9} \\ s_{2-8} \\ s_{3-7} \\ s_{12-4} \\ s_{13-5} \\ s_{14-7} \end{bmatrix}_{6 \times 1} \quad (7)$$

Dla takich postaci danych zapis macierzowy jest przedstawiany w następującej formie:

$$\mathcal{W}_{N \times M} * \mathcal{K}_{M \times 1} = \mathcal{S}_{N \times 1} \quad (8)$$

Przedstawiona relacja pozwala wyznaczyć numerycznie wartości sygnałów pomiarowych dla znanego rozmieszczenia obiektów w obszarze czujnika. W przypadku procesu rekonstrukcji obrazów tomograficznych szukany elementem jest rozkład obiektów w obszarze czujnika – wartości poszczególnych pikseli –  $\mathcal{K}$ . Natomiast danymi są wartości sygnałów pomiarowych  $\mathcal{S}$  oraz macierz wag  $\mathcal{W}$ . Rozwiązaniem równania jest:

$$\mathcal{K} = \mathcal{W}^{-1} * \mathcal{S} \quad (9)$$

Rozwiązanie tego równania pozwala otrzymać zrekonstruowany obraz. Problemem jest jednak znalezienie macierzy odwrotnej do macierzy  $\mathcal{W}$ . W przypadku kiedy liczba pomiarów jest równa liczbie pikseli w obrazie  $N=M$ , macierz  $\mathcal{W}$  jest macierzą kwadratową, dla której możliwe jest znalezienie  $\mathcal{W}^{-1}$ . Jednakże w przypadku systemów tomografii procesowej liczba pomiarów jest zazwyczaj zdecydowanie mniejsza niż liczba szukanych wartości pikseli  $N \ll M$ . Stąd konieczne jest zastosowanie technik, które dostarczają przybliżoną (tzw. pseudoodwrotną) macierz  $\mathcal{W}^{-1}$ , stosując m.in. metodę najmniejszych kwadratów.

W przypadku znaczącej liczby pomiarów oraz pikseli w obrazie w celu skrócenia czasu obliczeń bardzo często implementowane są metody oparte na iteracyjnym sposobie rozwiązania przedstawionego równania [Kaczmarz, 1937], np. SIRT (ang. *Simultaneous Iterative Reconstruction Tomography*) i SART (ang. *Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique*), dostarczające przybliżone rozwiązanie.

Pozostając w założonych uproszczeniach, dotyczących przyjętego modelu czujnika oraz macierzy wag, w przypadku obecności obiektu w położeniu pikseli środkowego zrekonstruowany obraz przyjąłby następujące wartości:

rozkład obiektów	wartość sygnału pomiarowego $\mathcal{S}$	wynik rekonstrukcji
0 0 0	[0 1 0 0 1 0]	0 1 0
0 1 0		1 2 1
0 0 0		0 1 0

a rozmieszczenie kilku obiektów w obszarze czujnika dostarcza zrekonstruowane obrazy w następującej formie:

rozkład obiektów	wartość sygnału pomiarowego $S'$	wynik rekonstrukcji
1 1 0	[0 1 2 2 1 0]	2 1.5 0
1 0 0		1.5 1 0.5
0 0 0		1 0.5 0

W celu otrzymania powyższych obrazów zastosowano transpozycję macierzy wag  $W^T$  jako pseudoodwrotność macierzy  $W$ . Rozkład wartości w obrazie wynikowym pokazuje obecności obiektów w obszarze czujnika, jednakże wartości te są inne niż te, które zostały przypisane obiektom. Fakt ten związany jest z użyciem uproszczonej macierzy wag, mniejszą liczbą danych (pomiarów) niż szukanych (wartości pikseli), jak również z zastosowaniem transpozycji jako pseudoodwrotności macierzy wag. Dla bardziej zaawansowanych technik rekonstrukcji wpływ powyższych aspektów na jakość obrazu procesu jest minimalizowany. Jednym z często stosowanych rozwiązań, szczególnie w przypadku kiedy wartości pikseli mogą przyjmować jedną z dwóch możliwych wartości, np.: 0 lub 1, dokonywana jest binaryzacja obrazu:

$$K^{bin} = \begin{cases} 1, & K \geq T \\ 0, & K < T, \end{cases} \quad (10)$$

gdzie  $T$  oznacza próg binaryzacji.

Dla przedstawionych przykładów rekonstrukcji jako  $T$  można przyjąć wartość 1.5, co w efekcie pozwala otrzymać obrazy:

$$\begin{array}{ccc} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array}$$

Jest to idealny przypadek doboru wartości progu  $T$ , jednak w systemach tomograficznych nie znamy wartości, która pozwala otrzymać obraz tak jak w rzeczywistości występuje. Komputerowe metody wyznaczania progu  $T$  oparte są na technikach segmentacji znanych z dziedziny przetwarzania obrazów [Sankowski i in., 2011; Tadeusiewicz i Korohoda, 1997], wspartych informacją pochodzącą ze zbioru wartości pomiarowych. Dość istotnym elementem pozwalającym na wyznaczenie dokładnej wartości progu  $T$  jest wiedza o obrazowanym procesie oraz zastosowanej technice tomograficznej. W przypadku przepływu dwufazowego gaz/ciecz oraz przy zastosowaniu tomografii optycznej przyjmuje się, że wartość piksela może reprezentować albo powietrze, albo ciecz. Promień światła przechodzący przez jednorodny obszar (np. wypełniony cieczą) nie ulegnie załamaniu i dotrze do detektora. Natomiast w przypadku pojawienia się na drodze

pęcherza powietrza promień nie dotrze do detektora, co dostarcza informację o przeszkodzie (w tym przypadku o pęcherzu powietrza) między danym źródłem a detektorem. Stąd można przyjąć, że jeśli w zrekonstruowanym obrazie pojawiają się np. wartości równe 0, interpretuje się je jako gaz, a piksele o wartości różnej od 0 – jako ciecz. Ten opis pokazuje, że sama analiza obrazu bez znajomości procesu oraz techniki pomiarowej nie zawsze dostarczy najlepszych rozwiązań.

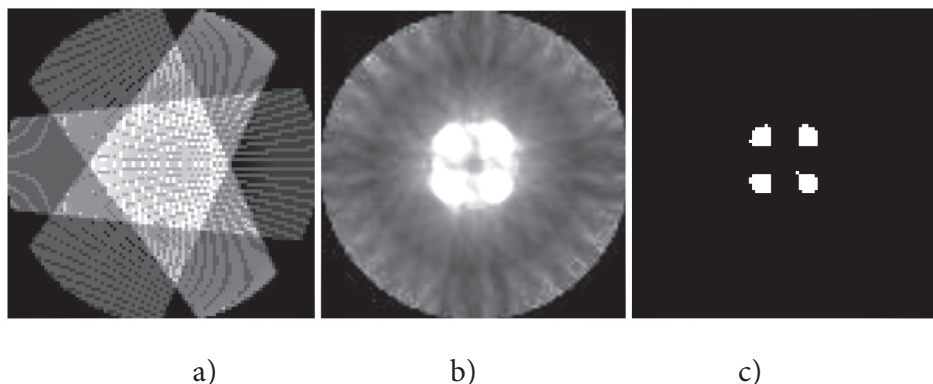
Innym wspomnianym elementem poprawiającym jakość rekonstrukcji jest dokładniejsze wyznaczenie macierzy wag. Jedną z możliwości jest zastosowanie analizy liczby sygnałów przechodzących przez dany piksel [Cierniak, 2005; Rząsa i in., 2007]:

$$W_{i,j} = \begin{cases} \frac{1}{s_i}, & s_i \geq 1 \\ 0, & s_i < 1 \end{cases}, \quad (11)$$

gdzie  $s_i$  oznacza liczbę sygnałów, na które ma wpływ zawartość  $j$ -tego piksela. Dla przypadku rozważanego w artykule zastosowanie tego rozwiązania spowoduje zamianę wartości 1 w macierzy wag  $W$  na wartość  $\frac{1}{2}$  - przez każdy piksel przechodzą dwie linie pomiarowe.

Z pewnością zwiększenia dokładności obrazowania można dokonać poprzez zwiększenie liczby pomiarów  $N$  przy zachowaniu stałej liczby pikseli  $M$ . Takie rozwiązanie jest stosowane w tomografii medycznej. Z tym że w tym przypadku badany obiekt jest nieruchomy i proces pomiarowy może trwać dość długo (obrazowanie przy pomocy tomografii komputerowej może trwać nawet kilkadziesiąt minut). Takie podejście nie jest do przyjęcia przy obrazowaniu dynamicznych procesów przemysłowych, gdzie czas pomiaru mierzony jest w milisekundach. Stosując techniki tomograficzne do obrazowania procesów przemysłowych, należy mieć na uwadze, że jakość zrekonstruowanego obrazu (rozdzielczość przestrzenna) jest znacznie niższa niż w przypadku rozwiązań medycznych. Natomiast przy porównywaniu liczby obrazów procesu przypadającej na jednostkę czasu (rozdzielczość czasowa) do liczby obrazów otrzymanych do celu diagnostyki medycznej, uwypukla się najważniejsza zaleta systemów tomografii procesowej.

Rozważania praktyczne przeprowadzone w niniejszym rozdziale dla uproszczonego modelu czujnika pomiarowego można zastosować dla bardziej złożonych systemów instalacji przemysłowych. Na rys. 4 pokazano przykład rozchodzenia się promieni świetlnych w czujniku o przekroju kołowym, służącym do obrazowania przepływu ciecz/gaz w kolumnie barbotażowej.



Rys. 4. Konstrukcja obrazu pęcherzy powietrza w kolumnie barbotażowej: a) widok wiązek światła przechodzących przez czujnik, b) wynik konstrukcji położenia pęcherzy powietrza, c) korekta obrazu przez zastosowanie progowania [Przywarski i in., 2008]

## 5. Rekonstrukcja obrazu dla elektrycznej tomografii pojemnościowej

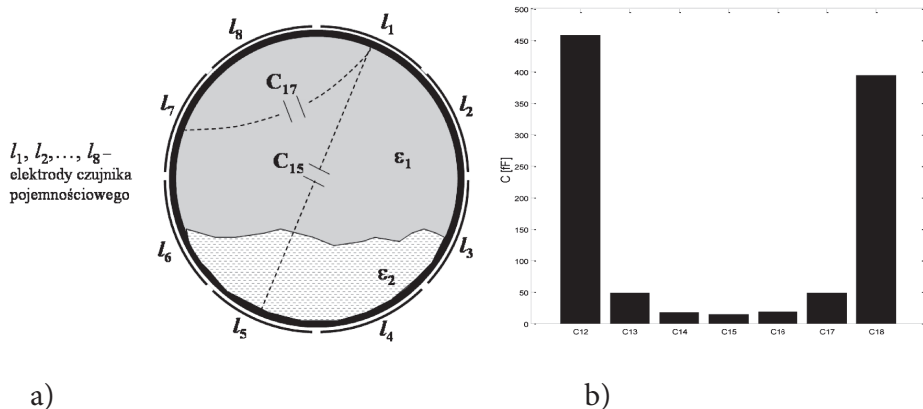
Pokazany w poprzednim rozdziale sposób rekonstrukcji obrazów można po niewielkich modyfikacjach przełożyć do systemów tomografii procesowej cechujących się efektem tzw. twardego pola [Cierniak, 2005]. Oznacza ono, że droga sygnału pomiarowego między źródłem a detektorem nie ulega zmianie w trakcie pomiaru. Zmianie ulega tylko wartość sygnału pomiarowego. Przykładem takich systemów tomografii są systemy oparte na pomiarze promieniowania X czy gamma, gdzie strumień fotonów ulega osłabieniu na drodze źródło promieniowania-detektor. W przypadku opisanego w poprzednim rozdziale systemu tomografii optycznej światła widzialnego sytuacja jest jeszcze bardziej uproszczona. Nie rozważa się osłabienia promienia światła, ale to, czy taki promień dotrze do detektora. Natomiast w przypadku rodziny systemów tomografii elektrycznej sytuacja jest inna [Sikora i in., 2011]. Rozkład sygnału pomiarowego ulega zmianie w zależności od rozkładu materiału wewnątrz czujnika pomiarowego. Przed przystąpieniem do opisu tego problemu zostanie przedstawiona krótka charakterystyka jednego typu tomografii elektrycznej: elektrycznej tomografii pojemnościowej (ang. *electrical capacitance tomography* – ECT).

### 5.1. Elektryczna tomografia pojemnościowa

Elektryczna tomografia pojemnościowa (ECT) jest techniką wizualizacji rozkładu przestrzennego przenikalności dielektrycznej  $\epsilon(i, j)$  mieszaniny dwóch lub więcej materiałów wewnątrz zamkniętego naczynia w postaci obrazu 2D bądź 3D na podstawie zebranych pomiarów pojemności  $C$ . Dzięki znajomości relacji

między koncentracją  $\rho$  a przenikalnością dielektryczną  $\epsilon$  możliwe jest określenie rozkładu przestrzennego koncentracji materiału  $\rho(x, y)$ . System ECT może zostać użyty podczas badań mieszaniny dwufazowej, różnych nieprzewodzących materiałów dielektrycznych, takich jak: plastiki, węglowodory, piasek albo szkło. Lepsze wyniki zastosowania tomografii pojemnościowej można zaobserwować, gdy stosunek przenikalności dielektrycznej materiałów występujących w procesie jest niezbyt duży, ok. 2, 5. W praktyce systemy ECT stosowane są przy obrazowaniu dwufazowych procesów przemysłowych typu: płyn/gaz przy wydobyciu ropy naftowej [Johansen i in., 2014], oczyszczanie wód [Rząsa i in., 2007], ciało stałe/gaz (złoża fluidalne [Dyakowski i in., 2002], przepływ pneumatyczny [Jaworski i Dyakowski, 2001; Romanowski i in., 2006], opróżnianie zbiorników na materiał sypki [Grudzień i in., 2010].

Informację na temat rozkładu materiału wewnątrz naczynia uzyskuje się przez pomiar elektrycznych pojemności między zbiorem par elektrod (odpowiednik pary źródło-odbiornik) umieszczonych wokół peryferii zamkniętego naczynia (rys. 5). Czujnik systemu tomografii pojemnościowej może zostać zaprojektowany dla każdego rodzaju przekroju poprzecznego naczynia [Yang i Peng, 2003], ale większość zastosowań (szczególnie w przypadku przepływu wielofazowego) dotyczy geometrii o przekroju koła.



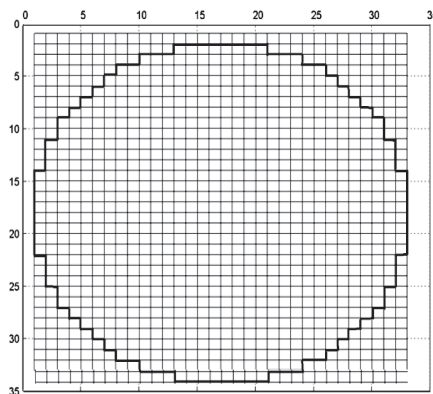
**Rys. 5.** Przekrój poprzeczny 8-elektrodowego czujnika pojemnościowego: a) przykładowy rozkład przenikalności dielektrycznej  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  z zaznaczonymi pojemnościami pomiarowymi  $C_{15}$ ,  $C_{17}$ ; b) rozkład pomierzonych pojemności pomiędzy kolejnymi elektrodami dla jednorodnego wypełnienia czujnika (opracowanie własne)

Dla czujnika 8-elektrodowego  $L=8$  liczba zebranych pomiarów jest równa  $L*(L-1)$ . Symetria rozłożenia elektrod czujnika powoduje, że pojemności pomiędzy 1 a 2 elektrodą są takie same jak pomiędzy 2 a 1. Dlatego też liczbę pomiarów można ograniczyć do  $N=L*(L-1)/2$ . Dla 8-elektrodowego czujnika liczba ta jest

równa 28. Stąd  $C=[C_{12}, C_{13}, \dots, C_{18}, C_{23}, \dots, C_{28}, C_{34}, \dots, C_{38}, \dots, C_{78}]$  zbiór tych pojemności stanowi ramkę pomiarową. Bardzo często spotykane w literaturze jest przedstawienie tych pomiarów w formie macierzy:

$$C = \begin{bmatrix} C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} & C_{17} & C_{18} \\ C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} & C_{27} & C_{28} & \\ C_{34} & C_{35} & C_{36} & C_{37} & C_{38} & & \\ C_{45} & C_{46} & C_{47} & C_{48} & & & \\ C_{56} & C_{57} & C_{58} & & & & \\ C_{67} & C_{68} & & & & & \\ C_{78} & & & & & & \end{bmatrix} \quad (12)$$

Następnie, używając algorytmów rekonstrukcji obrazów, pomiary te zostają przekształcane w obraz pokazujący rozkład przenikalności dielektrycznej w postaci elementów przestrzennych jako wartości pikseli w przypadku dwuwymiarowego lub vokseli w przypadku trójwymiarowego zobrazowania procesu przemysłowego. Typowy format obrazu przenikalności dielektrycznej  $e(x, y)$  w przypadku 2D jest przedstawiany w formie kwadratowej siatki o rozdzielczości 32 x 32 piksele, przedstawiającej rozkład wartości przenikalności dielektrycznej materiału w każdym jej elemencie – pikselu. Dla czujnika o przekroju koła jest użytych standardowo 812 pikseli (rys. 6) odzwierciedlających dyskretny przekrój koła. Dość często w zastosowaniu używana jest siatka trójkątnych pikseli.

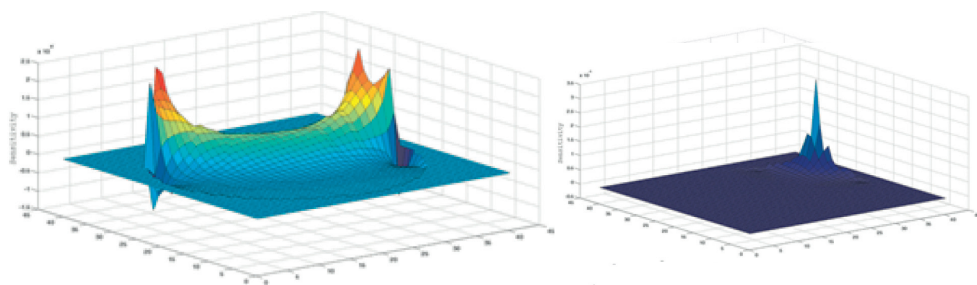


Rys. 6. Podział przekroju poprzecznego na elementy dyskretne – piksele (opracowanie własne)

W przypadku mieszaniny dwóch materiałów dielektrycznych wartość każdego piksela oznacza względną zawartość materiału o wyższej wartości przenikalności dielektrycznej, w stosunku do materiału o niższej wartości przenikalności dielektrycznej, w poszczególnych pikselach.

## 5.2. Macierz czułości

Dla każdego rodzaju tomografu przed przystąpieniem do rekonstrukcji obrazów konieczne staje się określenie oddziaływania zmian rozkładu obiektów w czujniku na dokonywany pomiar (odpowiednik macierzy wag z poprzedniego rozdziału  $W$ ). Informacja o tym jest przechowywana w macierzy zawierającej informacje o poziomie wpływu obiektów w czujniku, pojawiających się w różnej lokalizacji czujnika i charakteryzujących się różnymi własnościami. W omawianej elektrycznej tomografii pojemnościowej zależność między mierzoną pojemnością międzyelektrodową a rozkładem przenikalności dielektrycznej przechowywana jest w tzw. macierzy czułości, niekiedy nazywanej macierzą wrażliwości  $S$ . W przypadku przeprowadzonych rozważań w poprzednim rozdziale, oprócz braku zmiany drogi sygnału między źródłem i detektorem, system pomiarowy charakteryzował się niezmienną czułością pomiarową na drodze źródło-detektor. Położenie obiektu blisko czy daleko od źródła czy detektora nie miało wpływu na pomiar. Jest to charakterystyczne dla systemów z efektem pola twardego. W przypadku tomografii ECT obecność obiektu wewnątrz czujnika powoduje zaburzenie pola elektromagnetycznego, jednakże skala zaburzenia zależna jest zarówno od parametrów obiektu (np. rozmiaru, kształtu, własności dielektrycznych), jak również od jego odległości od elektrod pomiarowych czujnika. System tomografii elektrycznej charakteryzuje się większą czułością przy elektrodach pomiarowych niż w centrum czujnika. Na rys. 7 pokazane zostały dwie przykładowe mapy czułości dla pary elektrod sąsiadujących oraz naprzeciwległych [Brandisky i in., 2010].



Rys. 7. Przykładowe mapy czułości dla dla 12-elektrodowego czujnika ECT: a) mapa czułości dla elektrod naprzeciwległych, b) mapa czułości dla elektrod sąsiadujących (przyległych) – (opracowanie własne)



Zależność między rozkładem przenikalności dielektrycznej a pojemnością międzyelektrodową można znaleźć po rozwiązaniu następującego równania:

$$C = \frac{\iint_S \varepsilon(x,y) \text{grad}[\varphi(x,y)] dS}{V_c}, \quad (13)$$

gdzie:  $\varepsilon(x,y)$  – stała dielektryczna dla współrzędnych  $(x,y)$ ,  $\varphi(x,y)$  – potencjał elektryczny wewnątrz kondensatora w punkcie  $(x, y)$ .

Pojemności pomiędzy kombinacjami elektrod mogą być rozważane jako funkcja rozkładu przenikalności [Yang i Peng, 2003]:

$$C = f(\varepsilon), \quad (14)$$

gdzie  $f$  jest nieliniową funkcją przenikalności dielektrycznej  $\varepsilon$ .

Zmiany pojemności w odpowiedzi na zmiany zachodzące w rozkładzie przenikalności dielektrycznej wewnątrz czujnika mogą zostać zapisane jako rozwinięcie szeregu Taylora:

$$\Delta C = \frac{df}{d\varepsilon} (\Delta\varepsilon) + O((\Delta\varepsilon)^2), \quad (15)$$

gdzie współczynnik  $df/d\varepsilon$  jest określony jako czułość pojemności na zmiany w rozkładzie przenikalności dielektrycznej, czynnik  $O((\Delta\varepsilon)^2)$  określa człon wyższego rzędu. Powyższy zapis, poprzez eliminację członów wyższego rzędu, można przedstawić w formie uproszczonej:

$$\Delta C = S * \Delta\varepsilon, \quad (16)$$

Zapis powyższej zależności, stosowany szeroko w zagadnieniu odwrotnym jak i prostym w tomografii pojemnościowej, ma postać:

$$\Delta C_{Nx1} = S_{NxM} * \Delta\varepsilon_{Mx1}, \quad (17)$$

Macierz czułości zawiera opis zmian pomierzonych pojemności spowodowanych zmianami stałej dielektrycznej w każdym elemencie (piksela) przekroju poprzecznego wewnątrz obszaru czujnika. Wiersze macierzy czułości stanowią mapy czułości, określające wpływ zmian wartości pikseli na wartości pojemności pomiędzy kolejnymi parami elektrod.

Wyznaczenie macierzy czułości może być dokonane na kilka sposobów. Macierz czułości można otrzymać przez jej obliczenie metodami numerycznymi bądź przez jej pomiar. Macierz czułości musi zostać określona dla każdego

używanego czujnika tomograficznego jako oddzielne zadanie przed procedurą rekonstrukcji obrazu. Jedną z metod opiera się na równaniu Laplace'a. Czułość tomografu w elemencie  $j$  przekroju poprzecznego czujnika wyznaczana jest w tej metodzie w oparciu o poniższy wzór [Wajman, 2006]:

$$S_{kl,j} = - \int_{p(j)} \frac{E_{k,j}}{V_k} * \frac{E_{l,j}}{V_l} dj, \quad (18)$$

gdzie:  $E_{k,j}$  i  $E_{l,j}$  oznaczają wartości pola elektrycznego dla elementu  $j$ , kiedy potencjały  $V_k$  i  $V_l$  są podane na elektrodę  $k$  i  $l$ ,  $p(j)$  oznacza obszar elementu  $j$ .

Wyznaczenie macierzy czułości wymusza znalezienie rozkładu pola elektrycznego wewnątrz czujnika, co jest wykonywane przez zastosowanie np. metody elementów skończonych (MES, ang. *Finite Elements Methods*) [Sikora i Sankowski, 2010].

Relację między przenikalnością dielektryczną a pojemnością w przypadku implementacji algorytmów rekonstrukcji obrazów tomograficznych najczęściej przedstawia się w formie równania operatorowego, gdzie jako operator służy macierz czułości:

$$C_{Nx1} = S_{NxM}(\mathcal{E}) * \mathcal{E}_{Mx1}(x, y), \quad (19)$$

gdzie  $C$  jest zbiorem pomierzonych pojemności międzyelektrodowych przedstawionym w postaci wektora  $N$ -elementowego,  $\mathcal{E}(x,y)$  jest rozkładem stałej dielektrycznej wewnątrz czujnika przedstawionym w postaci wektora  $M$ -elementowego,  $M$  jest liczbą elementów – pikseli, na które został podzielony przekrój poprzeczny naczynia,  $N$  jest liczbą pomiarów pojemności,  $S(\mathcal{E})$  jest operatorem macierzowym systemu, w przypadku tomografii tzw. pola miękkiego (ang. *soft-filed*) operator ten jest zależny od rozkładu materiału. [Lionheart, 2004; Wajman, 2006; Yang i Peng, 2003; Sikora i in., 2011]. Rozwiązanie tego równania stanowi sedno rekonstrukcji obrazu tomograficznego dla ECT, gdzie szukanym jest rozkład przenikalności dielektrycznej, a danymi – zbiór pojemności międzyelektrodowych.

### 5.3. Normalizacja danych

W przeprowadzonych rozważaniach uwidacznia się brak prostej relacji pomiędzy pomierzonymi pojemnościami a rozkładem materiału wewnątrz czujnika. Kłopotliwy jest zwłaszcza wpływ zakłóceń pochodzących ze źródeł zewnętrznych. Powszechnie stosowaną metodą, która pozwala w pewnym stopniu uporać się z tymi problemami, jest normalizacja danych pomiarowych. Metoda ta zakłada

liniowość wpływu zakłóceń na pomiar. Wpływ ten jest taki sam dla różnych wypełnień przestrzeni pomiarowej czujnika. Takie podejście pozwala pozbyć się pewnych błędów pomiarowych związanych np. z pojemnościami pasożytniczymi, pojawiającymi się w układzie czujnika. Normalizacja danych pomiarowych sprowadza przedział wartości pomiarowych do zakresu  $\langle 0, 1 \rangle$ , gdzie wartość 1 oznacza wypełnienie całej przestrzeni pomiędzy elektrodami przez stosowany w procesie materiał (np. ciecz, granulaty), natomiast 0 – pusty czujnik. Normalizację można dokonać zgodnie z przekształceniem:

$$C_n = \frac{C_m - C_l}{C_h - C_l}, \quad (20)$$

gdzie  $C_h$  oznacza pomiar, kiedy czujnik jest w pełni wypełniony materiałem o wyższej przenikalności dielektrycznej ( $\epsilon_h$ ) – np. granulatem;  $C_l$ , gdy jest wypełniony materiałem o niższej przenikalności dielektrycznej ( $\epsilon_l$ ) – powietrzem;  $C_m$  oznacza wartość mierzonych pojemności. Ten proces normalizacji powoduje, że wartości pikseli zrekonstruowanego obrazu również należą do przedziału  $\langle 0, 1 \rangle$ . Fakt ten wynika z normalizacji macierzy czułości [Wajman, 2006]. Równanie (19) zapisane w postaci znormalizowanej zostaje wyrażone w sposób następujący:

$$\lambda_{N \times 1}(\mathbf{g}) = \mathbf{S}_{N \times M}(\mathbf{g}) * \mathbf{g}_{M \times 1}, \quad (21)$$

gdzie  $\mathbf{s}$  jest znormalizowaną macierzą czułości (zwaną także Jakobianem),  $\mathbf{g}$  – szukanym znormalizowanym rozkładem przenikalności dielektrycznej, natomiast  $\mathbf{l}$  jest znormalizowanym wektorem pomierzonych pojemności.

#### 5.4. Metody konstrukcji obrazów dla procesowej tomografii pojemnościowej

Rozwiązanie równania (21) dostarcza szukanego rozkładu materiału w obszarze czujnika. Jedną z głównych trudności rozwiązania, wspomnianą w poprzednim rozdziale, jest zdecydowanie mniejsza liczba danych niż szukanym, co powoduje m.in. brak możliwości bezpośredniego zastosowania odwrócenia macierzy czułości (zagadnienie pod-określone). Dodatkową trudność stanowi zależność macierzy czułości od rozkładu materiału w obszarze czujnika (zagadnienie nieliniowe). Inna cecha zagadnienia odwrotnego to jego złe uwarunkowanie; nawet przy dużych zmianach w rozkładzie przenikalności dielektrycznej obserwowane są niewielkie zmiany w pomiarach pojemności (problem źle uwarunkowany).

W celu rozwiązania równania (21) stosowane jest wiele metod różniących się zarówno złożonością obliczeniową, jak również jakością otrzymanego obrazu. Wybór metody uzależniony jest od czasu, jakim może dysponować moduł rekon-

strukcji obrazu. W przypadku metod bezpośrednich czas rekonstrukcji obrazu jest najkrótszy. Najprostsza z nich to liniowa projekcja wsteczna (ang. *Linear Back Projection* – LBP); stosuje ona linearyzację problemu odwrotnego i transpozycję  $s^T$ , która jest aproksymacją odwrotności macierzy  $s$  [Wajman, 2006; Yang i Peng, 2003]. Jest to najszybsze, ale również obciążone największym błędem rozwiązanie nieliniowego, źle postawionego problemu odwrotnego. Liniowa aproksymacja nie jest w stanie dobrze zrekonstruować obrazu przede wszystkim dla dużych kontrastów w przenikalności dielektrycznych lub złożonych geometrii rozkładu przenikalności. Zrekonstruowane obrazy charakteryzują się rozmyciem granic między fazami przepływów wielofazowych. Polepszenie jakości rozmytego obrazu uzyskanego przy pomocy algorytmu LBP dość często jest dokonywane przez procedurę progowania, omówioną w poprzednim rozdziale.

Innym algorytmem tego typu, który lepiej odwzorowuje rozkład materiału wewnątrz przestrzeni czujnika, jest algorytm oparty na równaniu (21), który jest generalnym rozwiązaniem liniowego problemu odwrotnego. Dla ECT można zapisać:

$$\tilde{g}_{M \times 1} = (S_{M \times N}^T S_{N \times M})^{-1} S_{M \times N}^T \lambda_{N \times 1}, \quad (22)$$

Odwrotność macierzy jest tu zastępowana przez pseudoodwrotność Moore'a-Penrose'a. Problem odwrotny jest jednak źle uwarunkowany i dlatego też odwrotność  $s^T$ s obciążona jest dużym błędem. Lepsze wyniki osiąga się poprzez zastosowanie metody rozkładu według wartości osobliwych lub regularyzacji Tikhonowa.

Problem odwrotny w przypadku tomografii pojemnościowej jest nieliniowy. Dla takiego przypadku najlepiej sprawdzają się metody iteracyjne oparte na technikach regularyzacji. W każdym kroku iteracyjnym obliczana jest macierz czułości (dla kolejnych rozkładów przenikalności dielektrycznych) oraz wyznaczone są numerycznie nowe pojemności międzyelektrodowe [Wajman, 2006; Lionheart, 2004]. Zbieżność algorytmu iteracyjnego polega na minimalizacji różnicy pomiędzy pomierzonymi a obliczonymi numerycznie pojemnościami:

$$\tilde{g}_{i+1}^\alpha = \tilde{g}_i^\alpha + (s_i^T s_i + \alpha L^T L)^{-1} (s_i^T (\lambda - \lambda^*(\tilde{g}_i^\alpha)) - \alpha L^T L \tilde{g}_i^\alpha), \quad (23)$$

gdzie  $s_i$  jest macierzą czułości obliczoną w  $i$ -tej iteracji,  $\lambda^*$  to obliczone numerycznie pojemności (np. przy pomocy MES) dla znanego rozkładu przenikalności  $\tilde{g}_i^\alpha$ ,  $L$  jest macierzą regularyzacji, a  $\alpha$  jest parametrem regularyzacji.

Dla przyspieszenia obliczeń stosuje się często metody, gdzie macierz czułości jest wyznaczana jednorazowo dla jednorodnego wypełnienia obszaru wewnątrz czujnika i w każdym kroku iteracyjnym jest ona niezmienna. Dodatkowo wyli-

czenie numeryczne pojemności polega na wymnożeniu macierzy czułości przez macierz wyznaczonego rozkładu przenikalności dielektrycznej przy założeniu liniowości problemu prostego. Przykładem jest metoda Landwebera, dość często stosowana dla potrzeb tomografii pojemnościowej [Yang i Peng, 2003], oparta na krokowym opadaniu gradientu (ang. *Steepest Gradient Descent*). Zmodyfikowana metoda iteracyjna Landwebera, z niezmienną macierzą czułości, jest opisana poprzez równania:

$$\begin{cases} \tilde{g} = \mathbf{s}^T \lambda, \\ \tilde{g}_{k+1} = \tilde{g}_k - \alpha_k \mathbf{s}^T (\mathbf{s} \tilde{g}_k - \lambda), \text{ dla } k = 0, 1, 2 \dots \end{cases}, \quad (24)$$

gdzie  $\alpha_k$  jest długością kroku w  $k$ -tej iteracji, parametrem użytym do kontroli zbieżności algorytmu.

W metodzie tej często jest stosowane progowanie obrazu w każdym kroku iteracyjnym, które poprawia zbieżność tej metody. W pierwszej iteracji zostaje użyty najczęściej zrekonstruowany obraz przy pomocy algorytmu liniowej projekcji wstecznej.

Omówione do tej pory techniki rekonstrukcji obrazów ECT należą do metod deterministycznych. W literaturze można znaleźć opis innych podejść przy rozwiązywaniu zagadnienia odwrotnego. Metody rozwiązywania problemu odwrotnego przy pomocy sieci neuronowych są często stosowane w systemach kontroli i sterowania opartych na tomografii elektrycznej [Warsito i Fan, 2003; Warsito i in., 2007; Garbaa i in., 2014]. Ten typ rozwiązywania problemu odwrotnego oparty jest na treningu sieci, pozwalającym przekonwertować pomierzone wartości pojemności do rozkładu szukanych parametrów procesu przemysłowego. Danymi wejściowymi przy zastosowaniu sieci neuronowych jest wektor pomiarowy, na wyjściu zaś otrzymywane jest, w zależności od przeprowadzonego treningu sieci i badanego procesu przemysłowego, położenie w przestrzeni czujnika obiektu.

Kolejny zbiór metod rekonstrukcji opiera się na modelu procesu (ang. *Model based-reconstruction* – MOR), [Mirkowski i in., 2005]. Jej idea polega na zbudowaniu modelu badanego procesu przemysłowego przez jego parametryzację. Sposób ten jest szeroko rozwijany i stosowany dla różnych typów procesów przemysłowych. Parametryzacja badanego procesu przemysłowego powoduje, że liczba niewiadomych jest mniejsza od liczby pomiarów, co stawia problem odwrotny dobrze uwarunkowany. Niezbędna jest jednak dostateczna informacja o badanym procesie przed przystąpieniem do jego pomiaru – wiedza *a priori*. Wiedza *a priori* pozwolić musi na określenie minimalnego zbioru parametrów, charakteryzującego w sposób wystarczający stan badanego procesu w kolejnych chwilach czasowych. Inną zaletą tego rodzaju metod, oprócz zmniejszenia liczby szukanych, jest otrzymanie parametrów oszacowanych bezpośrednio z danych

pomiarowych, które mogą posłużyć systemowi kontroli do skutecznej kontroli nad procesem przemysłowym.

Inną grupę stanowią metody statyczne rozwiązywania zagadnień odwrotnych [Tarantola, 1997; Aykroyd, 2015]. Metoda oparta na teorii Bayesa pozwala na wkomponowanie dodatkowej wiedzy na temat procesu przemysłowego w procedurę rozwiązania problemu odwrotnego. Teoria Bayesa zaadaptowana do potrzeb rozwiązania problemu odwrotnego w tomografii pojemnościowej określa rozkład prawdopodobieństwa *a posteriori* otrzymywanego obrazu  $P(\mathcal{E}|\mathbf{C})$  jako kombinację prawdopodobieństwa  $P(\mathbf{C}|\mathcal{E})$  i wiedzy *a priori*  $\Pi(\mathcal{E}|\Psi)$  o rozkładzie materiału:

$$P(\mathcal{E}|\mathbf{C}) \sim P(\mathbf{C}|\mathcal{E}) * \Pi(\mathcal{E}|\Psi) \quad , \quad (25)$$

gdzie  $\mathcal{E}$  jest rozkładem stałej dielektrycznej wewnątrz obszaru czujnika,  $\mathbf{C}$  jest zbiorem wartości pomiarowych,  $\Psi$  jest zbiorem parametrów dotyczących wiedzy *a priori* o badanym procesie przemysłowym.

Zbiór dodatkowych parametrów  $\Psi$  powiązany może być z szumem pomiaru, zależnościami lokalnymi w rozkładzie materiału bądź zależnościami czasowymi pomiędzy pomiarami w kolejnych chwilach czasu. Najczęściej wiedza ta dotyczy zarówno parametryzacji procesu, jak również uwzględnienia relacji czasowych i przestrzennych pomiędzy szukanymi parametrami [Aykroyd i in., 2015; Romanowski i in., 2004].

## 6. Metody testowania algorytmów rekonstrukcji obrazów

Weryfikacja zaimplementowanych algorytmów rekonstrukcji obrazów może zostać przeprowadzona na kilka sposobów. Część metod testujących stanowią prace symulujące rozkład pola elektrycznego w czujniku, które wyznaczają numerycznie pojemności międzyelektrodowe dla znanego rozkładu materiału w czujniku. Zbiór wyznaczonych pojemności stanowi, podobnie jak wyznaczona macierz czułości, element wejściowy do rozwiązania problemu odwrotnego (rekonstrukcji obrazu). Na rys. 8 pokazano schemat czujnika oraz zdefiniowany rozkład materiału wewnątrz czujnika wraz z wynikami rekonstrukcji.

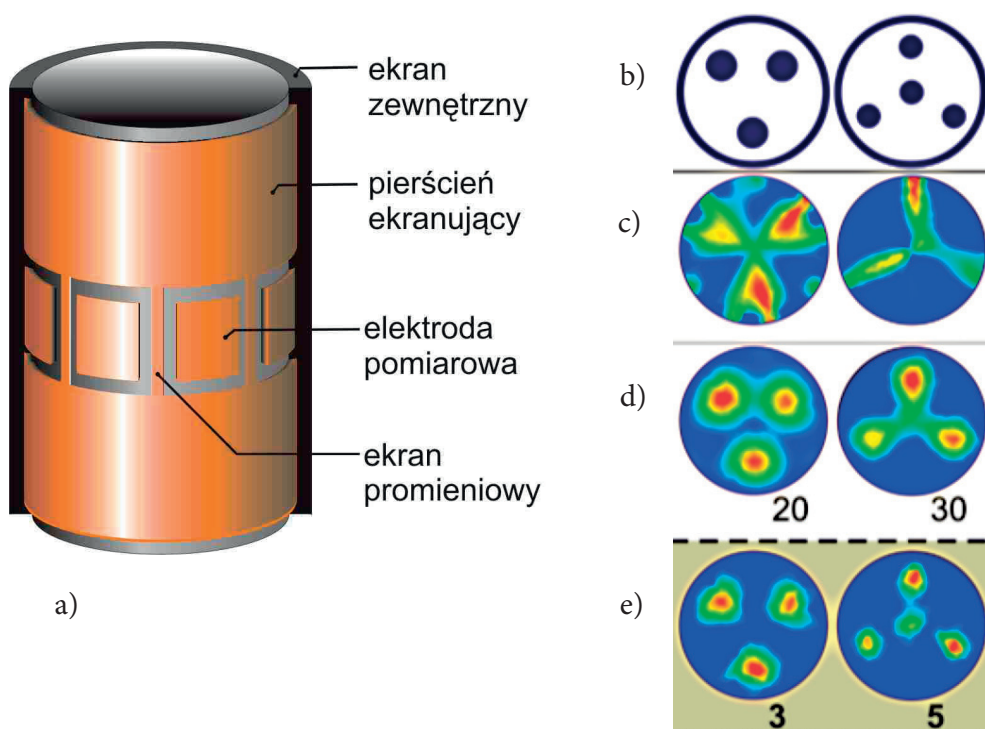
Kolejny sposób polega również na rekonstrukcji statycznych obiektów położonych w czujniku, jednak do analizy używane są rzeczywiste dane pomiarowe. Na rys. 9 pokazano przykładową rekonstrukcję cylindrycznego obiektu w czujniku o średnicy 68 cm. Rekonstrukcję przeprowadzono dla dwóch położenia fantomu.

Głównym celem zastosowania systemu tomografii procesowej jest monitorowanie stanu procesu; sam obraz stanowi tylko pośredni element w takich systemach. Dlatego też najlepszym sposobem oceny rekonstrukcji obrazu jest pomiar parametrów przepływu, np. ilości masy przepływu materiału sypkiego

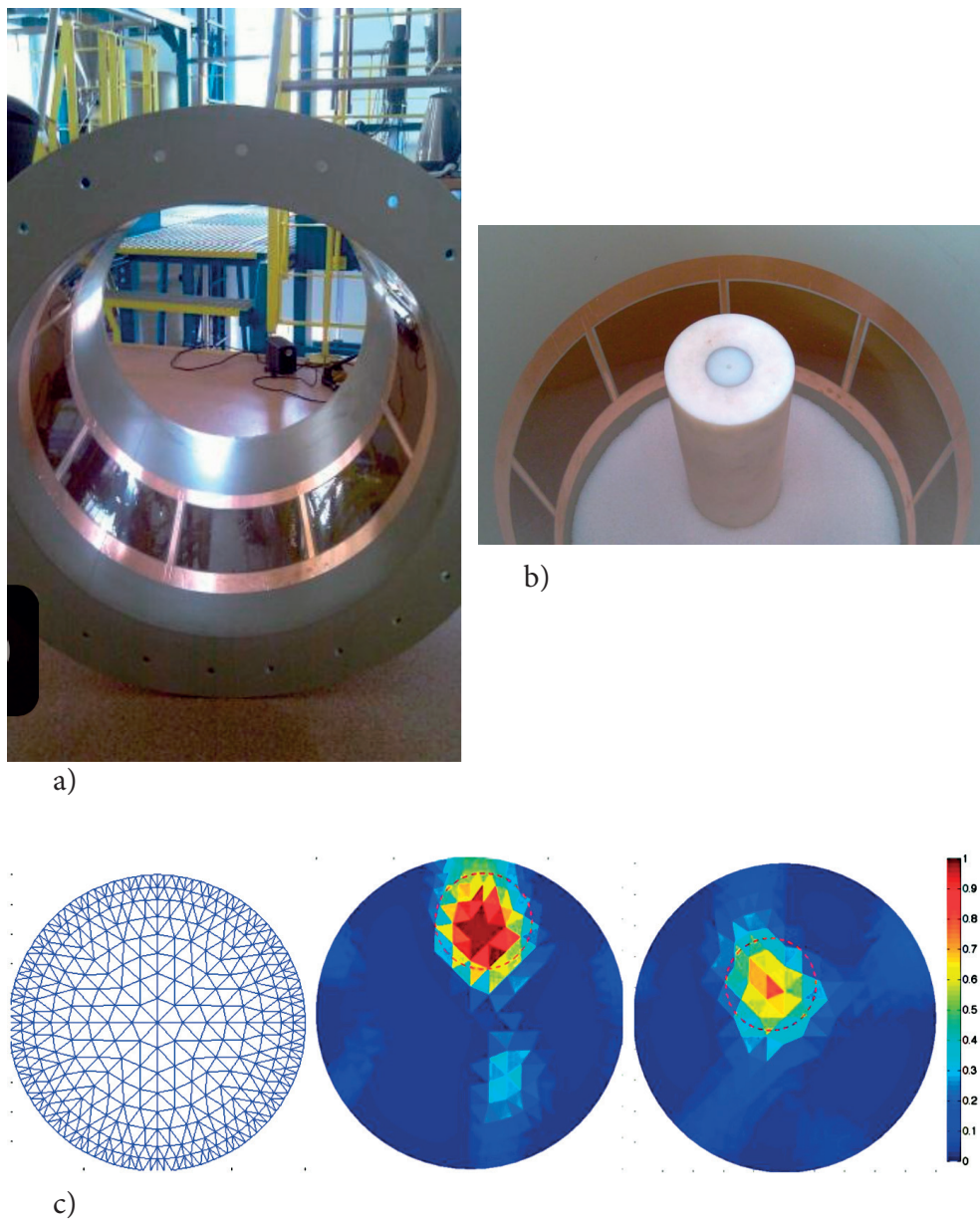
w instalacji transportu pneumatycznego w jednostce czasu [Płaskowski i Beck, 1987], i porównanie otrzymanej wielkości z wielkością otrzymaną inną metodą. Na rys. 10 pokazano etapy pozyskiwania informacji, w formie obrazu rozkładu granulatu w sekcji poziomej, o stanie przepływu materiału sypkiego.

Oczekiwanie na wynik rekonstrukcji obrazu nie może powodować wydłużenia czasu reakcji systemu kontroli na zaistniały niepożądany stan procesu. Z tego punktu widzenia nie zawsze obraz o lepszej jakości, wymagający dużego nakładu obliczeń, jest najlepszym rozwiązaniem. Przy monitorowaniu dynamicznych procesów informacja o zmianach koncentracji materiału podczas przepływu materiału sypkiego, otrzymana nawet z obrazów o nie najlepszej jakości, wystarcza do efektywnej pracy systemu kontroli. Na rys. 11 pokazano pracującą sekcję pomiarową ECT umiejscowioną w poziomej części instalacji przepływu.

Więcej przykładów wizualizacji procesów przemysłowych otrzymanych z systemów tomograficznych można znaleźć w artykule dotyczącym wizualizacji w diagnostyce procesów przemysłowych zamieszczonym w niniejszym numerze „Fides, Ratio et Patria”.



Rys. 8. Przykładowe wyniki rekonstrukcji obrazów tomograficznych z zastosowaniem danych symulowanych: a) schemat czujnika ECT [Chaniecki, 2006], b) rozmieszczenie obiektów w czujniku, c) wynik przy rekonstrukcji metodą LBP, d) wynik przy rekonstrukcji liniową metodą iteracyjną z liczbą iteracji, e) wynik przy rekonstrukcji metody nieliniowej z liczbą iteracji; (b-e): [Wajman, 2006]



Rys. 9. Rekonstrukcja obrazu tomograficznego dla czujnika ECT dużej skali: a) zdjęcie czujnika, b) zdjęcie czujnika wraz z obiektem, c) wynik rekonstrukcji wraz z zastosowaną siatką pikseli [Grudzień i in., 2013]





Rys. 10. Pomiar koncentracji materiału sypkiego z zastosowaniem tomografii ECT (zespół tomoKIS)



Rys. 11. Sekcja pomiarowa przepływu pneumatycznego materiałów sypkich w instalacji badawczej znajdującej się w Laboratorium Tomografii Procesowej im. Tomasza Dyakowskiego Instytutu Informatyki Stosowanej Politechniki Łódzkiej (zespół tomoKIS)

## Podsumowanie

Przyglądając się metodom rekonstrukcji obrazów dla systemów tomografii procesowej, należy mieć na uwadze aspekt pola zastosowania tej techniki obrazowania. Oczywisty jest fakt, że otrzymane obrazy nie cechują się wysoką rozdzielczością przestrzenną, zwłaszcza w systemach opartych na technikach tomografii elektrycznej. Główną ich zaletą jest szybkość obrazowania (w zależności od systemu jest to od 20 do 500 obrazów na sekundę), i właśnie ten element powinien być brany pod uwagę przy projektowaniu systemów kontroli procesów przemysłowych. Niemniej prowadzone prace badawczo-rozwojowe nad poprawą wyników rekonstrukcji obrazów, dotyczące zarówno aspektów z dziedziny matematyki jak i informatyki, dostarczają obrazy lepszej jakości, i to w czasie rzeczywistym. Algorytmy rekonstrukcji obrazów są implementowane m.in. w architekturze o równoległym sposobie przetwarzania danych. Prace z zastosowaniem procesorów kart graficznych GPU czy systemów rozproszonych dostarczają narzędzia, które zdecydowanie skracają czas otrzymania zrekonstruowanego obrazu, co jest szczególnie istotne dla obrazowania 3D w procesowej tomografii elektrycznej [Banasiak i in., 2013; Matusiak i in. 2013; Kapusta i in., 2013].

Opisane w artykule sposoby rekonstrukcji obrazu 2D, jako przekroju dwuwymiarowego czujnika pomiarowego, można przenieść bezpośrednio do modułów rekonstrukcji 3D [Wajman i in. 2013; Banasiak i in. 2013]. Oczywista różnica to konieczność zastosowania innej struktury czujnika, o odmiennym rozmieszczeniu elektrod pomiarowych, pozwalającym dokonać pomiaru nie tylko w jednej płaszczyźnie.

Podsumowując przedstawiony opis w niniejszym artykule, należy stwierdzić, że zaprezentowane metody konstrukcji obrazów tomograficznych nie stanowią pełnego przeglądu wiedzy na temat tych technik. Przedstawiony został zarys oraz idea budowy obrazów tomograficznych w oparciu o zebrane pomiary. W celu przestudiowania innych metod autorzy zachęcają do zapoznania się z pozycjami literatury zamieszczonymi w bibliografii.

**Słowa kluczowe:** *problem odwrotny, przemysłowa tomografia procesowa, elektryczna tomografia pojemnościowa.*

## Summary

### Algorithms of image construction in industrial process tomography systems

Tomography is one of the methods used to obtain cross-sectional images of the analysed object. This imaging technique has been used for many years in medicine, providing significantly higher efficiency of patient's diagnosis. In recent years, the imaging method has also found application for visualization of industrial processes. The article describes the tomographic image construction methods used in the modules of monitoring of dynamic industrial processes. Introduction to methods of the inverse problems solutions in tomography systems, from a practical point of view, was presented, with particular emphasis on the electrical capacitance tomography. It was shown how based on the mathematical theorems and knowledge about physics rules, concerning the behaviour of measurement signal in tomography sensor, is possible to construct cross-sectional image of industrial process. In article the image construction steps were explained and discussion on the impact of various factors on the quality and speed of imaging was conducted.

**Keywords:** *inverse problem, industrial process tomography, electrical capacitance tomography.*

## Bibliografia

### Opracowania

- Banasiak Robert i in., *Study on two-phase flow regime visualization and identification using 3D electrical capacitance tomography and fuzzy-logic classification*, "International Journal of Multiphase Flow" 2013, vol. 58.
- Beck Maurice S., Płaskowski Andrzej, *Cross correlation flowmeters, their design and application*, Bristol 1987.
- Brandisky Kostadin i in., *Electrostatic Field Simulations in the Analysis and Design of Electrical Capacitance Tomography Sensors*, „Automatyka” 2010, t. 14, z. 3/2.
- Brown Bryan H., Barber David C., Seagar Andrew D., „*Applied potential tomography: possible clinical applications*”, „Clinical Physics and Physiological Measurement” 1985, vol. 6.
- Chaniecki Zbigniew, *Algorytmy przetwarzania i analizy danych pomiarowych elektrycznej tomografii pojemnościowej w diagnostyce wybranych procesów przemysłowych*, Rozprawa doktorska, Politechnika Łódzka 2006.
- Cierniak Robert, *Tomografia komputerowa. Budowa urządzeń CT. Algorytmy rekonstrukcyjne*, Warszawa 2005.
- Di Monaco Antonio, Sassi Giancarlo, Vanzan Roberto, *Full Field Flow Measurements by Digital image processing*, Imaging in Transport Processes, [Sideman and Hijikata eds.], Begell House 1993.
- Garbaa Hela i in., *Neural network approach to ECT inverse problem solving for estimation of gravitational solids flow*, Federated Conference on Computer Science and Information Systems 2014.

- Grudzień Krzysztof i in., *Description of the silo flow and bulk solid pulsation detection using ECT*, „Flow Measurement and Instrumentation” 2010, vol. 21, Issue 3.
- Grudzień Krzysztof i in., *Multi-measurement system of gravitational flow process in slim large-scale silo*, 7<sup>th</sup> World Congress on Industrial Process Tomography, Cracow 2013.
- Grudzień Krzysztof i in., *Tomography data processing for multiphase industrial process monitoring*, Computer Vision in Robotics and Industrial Applications, Sankowski & Nowakowski (eds.), Singapore: World Scientific.
- Grudzień Krzysztof, *Algorytmy segmentacji dla potrzeb wizualizacji parametrów diagnostycznych przepływów wielofazowych w wybranych systemach przemysłowych*, rozprawa doktorska, Łódź 2007.
- Jaworski Artur J., Dyakowski Tomasz, *Investigations of flow instabilities within the dense pneumatic conveying system*, „Powder Technology” 2002, vol. 125.
- Johansen Geir A. i in., *Non-Destructive Monitoring of Multiphase Hydrocarbon Flow by High-Speed Gamma-Ray Tomography*, 11<sup>th</sup> European Conference on Non-Destructive Testing (ECNDT 2014), Prague 2014.
- Kaczmarz Stefan, *Angenäherte Auflösung von Systemen linearer Gleichungen*, „Bulletin International de l'Académie Polonaise des Sciences et des Lettres. Classe des Sciences Mathématiques et Naturelles. Série A, Sciences Mathématiques” 1937, vol. 35.
- Kapusta Paweł i in., *Distributed, Multi-GPU System for Solving Linear Reconstruction Algorithms in 3D Electrical Capacitance Tomography*, “Image Processing & Communications” 2014, vol. 19.
- Lionheart William RB. *Review: Developments in EIT reconstruction algorithms: pitfalls, challenges and recent developments*, “Measurement Science and Technology” 2004, vol. 25.
- Matusiak Bartosz i in., *Forward problem solution acceleration with graphical processing units (GPU) for electrical tomography imaging*, 7<sup>th</sup> World Congress on Industrial Process Tomography, Cracow 2013.
- Mirkowski Jacek i in., *Parameters Optimization for Model Based Image Reconstruction in Electrical Capacitance Tomography*, 4<sup>th</sup> World Congress on Industrial Process Tomography, Aizu 2005.
- Mosorow Wolodymyr, *Application of tomography in reaction engineering (mixing process)*, Industrial Tomography, Systems and Applications [Mi Wang eds.], Woodhead Publishing, Elsevier 2015.
- Płaskowski Andrzej i in., *Imaging Industrial flows, applications of electrical process tomography*, Bristol 1995.
- Process Tomography Ltd., 2001, *Generation of ECT images from capacitance measurements*, PTL APPLICATION NOTE AN1, <http://www.tomography.com/>.
- Process Tomography*, Process Imaging for automatic control, eds. Scott David M., McCann Hugh, Taylor and Francis Group 2005.
- Process Tomography: Principles, Techniques and Applications*, eds. Williams Richard A., Beck Maurice S Butterworth-Heinemann, Oxford UK 1995.
- Przywarski Rafał i in., *Metody wyznaczania map czułości dla systemu tomografii optycznej*, „Automatyka”, t. 11, z. 3.
- Romanowski Andrzej i in., *Advanced Statistical Analysis as a Novel Tool to Pneumatic Conveying Monitoring and Control Strategy Development*, “Particle & Particle Systems Characterization” 2006, vol. 23, Issue 3–4.
- Rząsa Mariusz i in., *The Discrete Optical Tomograph including Five Projections*, 5<sup>th</sup> World Congress on Industrial Process Tomography, Bergen 2007.
- Sankowski Dominik, Mosorow Wolodymyr, Strzecha Krzysztof, *Przetwarzanie i analiza obrazów w systemach przemysłowych*, Warszawa 2011.

- Sankowski Dominik, Sikora Jan, *Electrical Capacitance Tomography. Theoretical Basis and Applications*, praca zbiorowa, Warszawa 2010.
- Seville Jonathan PK., Tuzun Ugur, Clift Roland, *Processing of Particulate Solids*, Blackie Academic, London 1997.
- Sikora Jan, Filipowicz Stefan, Rymarczyk Tomasz, *Comparing methods of image reconstruction in electrical impedance tomography*, "Computer Applications In Electrical Engineering" 2011, vol. 9.
- Someya Satoshi, Takei Masahiro, *Direct Imaging Technology*, Process Imaging for automatic control, eds. Scott & McCann, Taylor and Francis Group 2005.
- Suchecki Witold, *Wykorzystanie metod optycznej analizy przepływu do weryfikacji modeli numerycznych CFD*, „Inżynieria i Aparatura Chemiczna” 2001, 40, nr 6.
- Tadeusiewicz Ryszard, Korohoda Przemysław, *Komputerowa analiza i przetwarzanie obrazów*, Kraków 1997.
- Tarantola Albert, *Inverse problem Theory: methods for data fitting and model parameter estimation*, Elsevier Scientific Publishing Company 1987.
- Wajman Radosław i in., *Metrological evaluation of 3D electrical capacitance tomography measurement system for two-phase flow fraction determination*, "Measurement Science and Technology" 2013, vol. 24.
- Wajman Radosław, Mazurkiewicz Łukasz, Sankowski Dominik, *The Sensitivity Map in the Image Reconstruction Process for Electrical Capacitance Tomography*, 3<sup>rd</sup> International Symposium on Process Tomography in Poland, Łódź 2004.
- Wajman Radosław, *Nowa metoda rekonstrukcji obrazów dla potrzeb pojemnościowej tomografii procesowej*, rozprawa doktorska, Politechnika Łódzka 2006.
- Warsito Warsito, Fan Liang-Shih, *Neural network multi-criteria optimization image reconstruction technique (NN-MOIRT) for linear and non-linear process tomography*, "Chemical Engineering and Processing" 2003, vol. 42.
- Warsito Warsito, Marashdeh Qussai, Fan Liang-Shih, *Electrical Capacitance Volume Tomography*, "IEEE Sensors Journal" 2007, vol. 7, no. 4.
- Yang Wuqiang, *Design of electrical capacitance tomography sensors*, "Measurement Science and Technology" 2010, nr 21.
- Yang Wuqiang, Peng Lihui, *Image reconstruction algorithms for electrical capacitance tomography*, "Measurement Science and Technology" 2003, vol. 14.
- York Trevor, *Status of electrical tomography in industrial applications*, "Journal of Electronics Imaging" 2001, vol. 10.