

<https://doi.org/10.56583/frp.2558>

Dawid Ewald*

Uniwersytet Kazimierza Wielkiego w Bydgoszczy

<https://orcid.org/0000-0002-0608-0801>

Ilona Nowosad**

Akademia Kultury Społecznej i Medialnej w Toruniu

<https://orcid.org/0000-0002-0378-4096>

Piotr Kiedrowski***

Politechnika Bydgoska im. Jana i Jędrzeja Śniadeckich

<https://orcid.org/0000-0002-3180-3098>

WPLYW OPERATORÓW ROZMYWANIA NA WYDAJNOŚĆ ALGORYTMU OPTIMALIZACJI OFNBEE

Streszczenie

Artykuł przedstawia innowacyjną hybrydową metodę optymalizacji opartą na algorytmie pszczelim, wykorzystującą arytmetykę skierowanych liczb rozmytych. Głównym celem tej połączonej metody jest wierniejsze odzwierciedlenie mechanizmów podejmowania decyzji przez pszczoły, znanych jako taniec wstrząsowy. Zastosowanie notacji skierowanych liczb rozmytych (OFN) umożliwia precyzyjniejszą wymianę informacji między osobnikami, co przekłada się na poprawę efektywności algorytmu optymalizacji. Artykuł szczegółowo opisuje rozmyte funkcje niezbędne do funkcjonowania nowej metody, zarówno w kontekście samej metody, jak i możliwości wyko-

* Dawid Ewald – doktor inżynier na Wydziale Informatyki, Uniwersytet Kazimierza Wielkiego w Bydgoszczy, email: dawidewald@ukw.edu.pl.

** Ilona Nowosad – doktor w Instytucie Informatyki i Informatyki Medialnej, Akademia Kultury Społecznej i Medialnej w Toruniu – Akademia Nauk Stosowanych, email: ilona.nowosad@aksim.edu.pl.

*** Piotr Kiedrowski – doktor inżynier, Zakład Teletransmisji, Wydział Telekomunikacji, Informatyki i Elektrotechniki, Politechnika Bydgoska im. Jana i Jędrzeja Śniadeckich, email: beata.marciniak@pbs.edu.pl.

rzystania OFN w innych algorytmach. W kontekście braku dostępnych w literaturze metod rozmywania, artykuł proponuje kilka innowacyjnych podejść w tej kwestii. Nowa metoda wykorzystuje również funkcje defuzyfikacji, z których doświadczenia czerpane są z dwóch najbardziej uznanych metod, tj. Złotego Podziału i Współczynnika Mandali. Ostatnia sekcja prezentuje opis nowej metody oraz wyniki osiągnięte przez OFNBee dla wybranych funkcji testowych, takich jak Bukin N.6, Cross-in-tray, Drop Wave, Eggholder, Levy oraz Holder Table.

Słowa kluczowe: *optymalizacja, algorytm pszczeli, OFNBee, arytmetyka skierowanych liczb rozmytych, mechanika podejmowania decyzji*

THE IMPACT OF FUZZIFICATION OPERATORS ON THE PERFORMANCE OF THE OFNBEE OPTIMIZATION ALGORITHM

Abstract

The article presents an innovative hybrid optimization method based on the bee algorithm, leveraging the arithmetic of directed fuzzy numbers. The primary objective of this integrated approach is to more faithfully replicate the decision-making mechanisms of bees, commonly known as the waggle dance. Utilizing the notation of directed fuzzy numbers (OFN) enables a more precise exchange of information among individuals, resulting in improved optimization algorithm efficiency. The article provides a detailed description of fuzzy functions essential for the operation of the new method, both within the method itself and in the potential utilization of OFN in other algorithms. In light of the lack of literature-available fuzzification methods, the article proposes several innovative approaches in this regard. The new method also incorporates defuzzification functions, drawing from the experiences of two most recognized methods, namely the Golden Ratio and the Mandelbrot Coefficient. The final section presents a description of the new method and the results achieved by OFNBee for selected test functions, such as Bukin N.6, Cross-in-tray, Drop Wave, Eggholder, Levy, and Holder Table.

Keywords: *optimization, bee algorithm, OFNBee, arithmetic of directed fuzzy numbers, decision-making mechanics*

~ . ~

Wstęp

W celu właściwego wyboru jednej z metod sztucznej inteligencji, należy dokładnie rozważyć problem, który ma zostać rozwiązany za pomocą takiego narzędzia. W kontekście tego zadania, inteligencja rojów umożliwia wykorzystanie zbiorowej akcji odpowiednich jednostek do rozwiązania szerokiej gamy

problemów optymalizacyjnych. Istnieje wiele algorytmów rojowych, które czerpią inspirację z natury¹. Większość z tych algorytmów opiera się na społecznym zachowaniu mrówek, termitów lub pszczół². Jednakże niektóre z proponowanych rozwiązań operują na podstawie mechanizmów obserwowanych w koloniach:

- bakterii³,
- roztoczy⁴,
- kur⁵.

Algorytmy optymalizacji oparte na zachowaniu owadów lub zwierząt są próbą wykorzystania naturalnych mechanizmów do optymalizacji. Jednakże trudność w odwzorowania zachowania żywych organizmów w algorytmach prowadzi do uproszczeń. Choć skuteczne, takie podejście ogranicza możliwości tych metod. Wydaje się więc rozsądne wykorzystanie mechanizmów logiki rozmytej, która opisuje zjawiska świata rzeczywistego w bardziej naturalny sposób. Biorąc pod uwagę rozwój algorytmów optymalizacji pszczelej i ich inspiracje, warto rozważyć połączenie bardziej naturalnej arytmetyki skierowanych liczb rozmytych z algorytmem pszczelim. Wybrane zagadnienia dotyczące logiki rozmytej oraz wybrane elementy skierowanych liczb rozmytych zostaną omówione w dalszej części artykułu.

1. OFN

Historia skierowanych liczb rozmytych (OFN) sięga 2002 r., kiedy Witold Kosiński, wspólnie z Piotrem Prokopowiczem i Dominikiem Slezakiem, skon-

¹ H. S. Kwasnicka, *Multiobjective particle swarm optimization using fuzzy logic*, 2011; H. S. Kwasnicka, U. Markowska-Kaczmar, H. Kwasnicka, *Metody inspirowane natura w zastosowaniach*, 2011; J. Lukowski, *Logical description of a combinatorial system by the binary representation method*, "Studies and Materials in Applied Computer Science" 2019, 11(1), 10-12. B. Izuk, M. Piechowiak, *The impact of ant colony optimization parameters on the connections efficiency in networks*, "Studies and Materials in Applied Computer Science" 2020, vol. 12(2), 4-9; K. Galas, *Drive unit as a replacement for the platform*, "Studies and Materials in Applied Computer Science" 2020, 12(1), 10-14.

² D. T. Pham, M. Negm, S. Otri, *Using the bees algorithm to solve a stochastic optimization problem*. 4th International Virtual Conference on Intelligent Production Machines and Systems (IPROMS), Dunbeath 2008, pp. 454-461; S. Polberg, M. Paprzycki, M. Ganzha, *Developing intelligent bots for the diplomacy game*, in: M. Ganzha, et.al. (eds.), *Proceedings of the 2011 Federated Conference on Computer Science and Information Systems*, Los Alamitos 2011, pp. 589-596.

³ S. Das, A. Biswas, S. Dasgupta, A. Abraham, *Bacterial Foraging Optimization Algorithm: Theoretical Foundations, Analysis, and Applications*, Springer, Berlin, Heidelberg 2009, pp. 23-55.

⁴ J.M. Czerniak, H. Zarzycki, *Artificial Acari Optimization as a new strategy for Global Optimization of Multimodal Functions*, "Journal of Computational Science" 2017.

⁵ X. Meng, Y. Liu, X. Gao, H. Zhang, *A New Bio-inspired Algorithm: Chicken Swarm Optimization*, in: Tan, Y., Shi, Y., Coello, C.A.C. (eds.) *Advances in Swarm Intelligence*, Cham 2014, pp. 86-94.

centrowali się na eliminacji wad klasycznej algebry liczb rozmytych. Problemem, którym głównie się zajęli, było to, że wykonując kilka operacji na danych liczbach L-R, otrzymane wyniki mogą być zbyt rozmyte, co wpływa na ich użyteczność. Związane jest to z dużą złożonością obliczeniową i brakiem możliwości stosowania wnioskowania wstecznego. Autorzy OFN mieli również na celu opracowanie arytmetyki, która umożliwi operacje zarówno na liczbach trójkątnych, jak i trapezoidalnych. Warto rozpocząć od definicji OFN.

Definicja 1. Skierowana liczba rozmyta jest rozumiana jako $A = (R, \mu_A, s_A)$, gdzie $\mu_A: R \rightarrow [0; 1]$ jest funkcją przynależności liczby, a $s_A \in \{-1; 0; 1\}$ oznacza orientację.

Liczby rozmyte można podzielić na dwie grupy pod względem orientacji:

- OFN ze skierowaniem pozytywnym – kierunek wzrostu osi OX
- OFN ze skierowaniem negatywnym – kierunek przeciwny do wzrostu osi OX

Graficzne przedstawienie skierowanej liczby rozmytej A jest parą $A = (C_A, s_A)$, gdzie s_A oznacza orientację, zaś $C_A \subseteq R^2$ jest krzywą przynależności opisaną następująco:

$$C_A = (l_A, p_A) \times \{0\} \cup [1_A^-, 1_A^+] \times \{1\} \cup up_A \cup down_A \quad (1.1)$$

dla

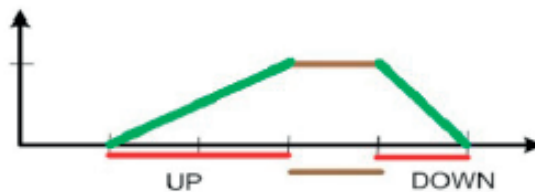
- $up_A, down_A \subseteq R^2$ będących wykresami funkcji monotonicznych.

Funkcje f_A i g_A odpowiadają odpowiednio wykresom up_A i $down_A$ (rys. 1)

$$up_A = \{(f_A(y), y) : y \in [0, 1]\} \quad (1.2)$$

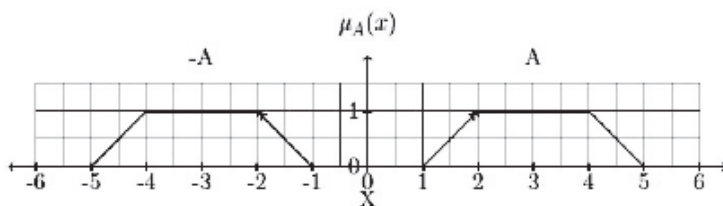
$$down_A = \{(g_A(y), y) : y \in [0, 1]\} \quad (1.3)$$

Orientacja odpowiada porządkowi wykresów f_A i g_A .



Rysunek 1. OFN

Interpretacja graficzna dwóch liczb rozmytych oraz liczby rzeczywistej została przedstawiona na poniższym rysunku (rys. 2).



Rysunek 2. Liczba przeciwna w notacji OFN

1.1. Operatory rozmyte

Aby nowa metoda działała poprawnie, niezbędne jest zdefiniowanie metod rozmytych⁶. Stanowią one kluczowy element funkcjonowania OFNBee. Wybór odpowiedniej metody może znacząco wpłynąć na wyniki algorytmu.

1.1.1. Odwrócone Golden Ratio

Metoda odwrotnego złotego podziału opiera się na koncepcji współczynnika złotego podziału, wywodzącego się z ciągu Fibonacciego. W kontekście historycznym spotykane są terminy takie jak podział harmoniczny, złoty podział lub boski podział.

Współcześnie najbardziej znane interpretacje złotego stosunku opierają się na podziale odcinka na dwie części w taki sposób, że stosunek dłuższej części do krótszej jest identyczny jak stosunek całego odcinka do dłuższej części, jak zilustrowano na Rysunku 3.



Rysunek 3. Złoty podział

gdzie:

$$GRf = \begin{cases} R1 = number - 2.4721, \\ R4 = number + 1.5278. \end{cases}$$

- number – oznacza liczbę, którą chcemy przekształcić w skierowaną liczbę rozmytą skierowaną pozytywnie,
- R1, R4 – to pierwsza i ostatnia wartość w notacji OFN [R1,R2,R3,R4].

⁶ L. Zadeh, *Fuzzy sets*, „Information and Control” 1965, 8(3), 338-353, <https://www.science-direct.com/science/article/pii/S00199586590241X>.

$$GRf = \begin{cases} R1 = A + 2.4721 \\ R4 = A - 1.5278 \end{cases} \quad (1.5)$$

gdzie:

- A – oznacza liczbę, którą chcemy przekształcić w skierowaną liczbę rozmytą skierowaną negatywnie
- $R1, R4$ – to pierwsza i ostatnia wartość w notacji OFN $[R1, R2, R3, R4]$.

1.1.2. Funkcje rozmywania typu beeT – kształt trapezoidalny

Zasady tworzenia liczby rozmytej typu beeT o kształcie trapezoidalnym są następujące:

$$beeTf_{\alpha\beta\gamma\delta} = \begin{cases} R1 = liczba, \\ R2 = liczba + |liczba * \beta|, \\ R3 = liczba + |liczba * \gamma|, \\ R4 = liczba + |liczba * \delta|, \end{cases} \quad (1.6)$$

gdzie:

- $R1, R2, R3, R4$ – kolejne wartości skierowanej liczby rozmytej,
- α – określa orientację liczby i ma wartości:
 - p – orientacja dodatnia – $[R1, R2, R3, R4] \rightarrow [R1, R2, R3, R4]$
 - n – orientacja ujemna – $[R4, R3, R2, R1] \rightarrow [R4, R3, R2, R1]$
- $liczba$ – oznacza liczbę, którą chcemy przekształcić w skierowaną liczbę rozmytą typu beeT,
- β, γ, δ – wartości określające stopień rozmycia.

1.1.3. Funkcje rozmywania typu beeT – kształt trójkąta prostokątnego

Zasady tworzenia liczby rozmytej typu beeT o kształcie trójkąta prostokątnego są następujące:

$$beeTf_{\alpha\beta\gamma\delta} = \begin{cases} R1 = liczba, \\ R2 = liczba + |liczba * \beta|, \\ R3 = liczba + |liczba * \gamma|, \\ R4 = liczba + |liczba * \delta|, \end{cases} \quad (1.7)$$

gdzie:

- $R1, R2, R3, R4$ – kolejne wartości skierowanej liczby rozmytej,
- α – określa orientację liczby i ma wartości:
 - p – orientacja dodatnia – $[R1, R2, R3, R4] \rightarrow [R1, R2, R3, R4]$
 - n – orientacja ujemna – $[R4, R3, R2, R1] \rightarrow [R4, R3, R2, R1]$
- $liczba$ – oznacza liczbę, którą chcemy przekształcić w skierowaną liczbę rozmytą typu beeT,
- β – wartość określająca stopień rozmycia.

1.1.4. Funkcje rozmywania typu beeM – kształt trapezoidalny

Zasady tworzenia liczby rozmytej typu beeM o kształcie trapezoidalnym i orientacji dodatniej są następujące:

$$beeTf\alpha\beta = \begin{cases} R1 = liczba, \\ R2 = liczba, \\ R3 = liczba, \\ R4 = liczba + |liczba * \beta|, \end{cases} \quad (1.8)$$

gdzie:

- R1, R2, R3, R4 – kolejne wartości skierowanej liczby rozmytej,
- α – określa orientację liczby i ma wartości:
 - p – orientacja dodatnia – [R1, R2, R3, R4] → [R1, R2, R3, R4]
 - n – orientacja ujemna – [R4, R3, R2, R1] → [R4, R3, R2, R1]
- liczba – oznacza liczbę, którą chcemy przekształcić w skierowaną liczbę rozmytą typu beeM,
- β , δ , γ – wartości określające stopień rozmycia.

1.1.5. Funkcje rozmywania typu beeM – kształt trójkąta prostokątnego

Zasady tworzenia liczby rozmytej typu beeM o kształcie trójkąta prostokątnego są następujące:

$$beeTf\alpha\beta = \begin{cases} R1 = liczba, \\ R2 = liczba, \\ R3 = liczba, \\ R4 = liczba + |liczba * \beta|, \end{cases} \quad (1.9)$$

gdzie:

- R1, R2, R3, R4 – kolejne wartości skierowanej liczby rozmytej,
- α – określa orientację liczby i ma wartości:
 - p – orientacja dodatnia – [R1, R2, R3, R4] → [R1, R2, R3, R4]
 - n – orientacja ujemna – [R4, R3, R2, R1] → [R4, R3, R2, R1]
- liczba – oznacza liczbę, którą chcemy przekształcić w skierowaną liczbę rozmytą typu beeM,
- β – wartości określające stopień rozmycia.

1.2. Funkcje defuzyfikacji dedykowane dla OFN

Jedną z kluczowych cech skierowanej liczby rozmytej (OFN) jest jej orientacja; ta dodatkowa wartość odróżnia liczby uporządkowane od innych rozwiązań. Dlatego też istotne jest zastosowanie funkcji defuzyfikacji, która uwzględni tę orientację. Początkowe badania nad funkcjami defuzyfikacji zostały przeprowa-

dzone przez W. Kosińskiego⁷, a jego prace kontynuowane są w licznych artykułach autorstwa W. Dobrosielskiego. Funkcje zaproponowane przez W. Dobrosielskiego zostaną dalej opisane w tym artykule. W przeprowadzonym eksperymencie istotną cechą funkcji defuzyfikacji jest ich wrażliwość na orientację OFN, dlatego też opisane zostaną jedynie metody spełniające ten warunek.

1.2.1. Operator defuzyfikacji – Złotego Podziału

Idea złotego podziału jest opisana w podrozdziale zatytułowanym odwrócone Golden Ratio. W tej sekcji przedstawiona jest funkcja defuzyfikacji Złotego Podziału (GR). Metoda ta pozwala określić rzeczywistą wartość liczby rozmytej A zgodnie z równaniem (9)

$$GR = \frac{\min(\text{supp}(A)) + |\text{supp}(A)|}{\Phi} \text{ where } \Phi = 1,618033998875 \dots \quad (1.10)$$

gdzie:

- GR to operator defuzyfikacji,
- $\text{supp}(A)$ oznacza nośnik liczby rozmytej A w przestrzeni X.

1.2.2. Czynniki Mandala

Kolejnym operatorem wykorzystywanym w badaniach nad nową metodą jest Operator Czynnika Mandala⁸, który został zaproponowany przez J. Czerniaka. Mandala to obraz składający się z kolorowych ziaren piasku, tworzony przez buddyjskich mnichów. Ideą tych prac jest harmonijne połączenie kwadratu i koła, gdzie koło symbolizuje niebo, nieskończoność, a kwadrat interpretowany jest jako symbol wewnętrznej sfery związanej z ziemią i człowiekiem. Całość układu rozpoczyna się i kończy w punkcie, w którym obie figury są połączone. Inspiracją dla Czynnika Mandala są ziarna piasku w mandalach.

⁷ W. Kosinski, *On Defuzzification of Ordered Fuzzy Numbers*, in: *Artificial Intelligence and Soft Computing - ICAISC 2004*, "Lecture Notes in Computer Science" 2004, vol. 3070, pp. 326-331.; D. Wilczynska-Sztyma, K. Wielki, *Direction of Research into Methods of Defuzzification for Ordered Fuzzy Numbers*. XII International PhD Workshop OWD 2010, 23-26 October 2010 (07 2019); W. Kosinski, W. Piasecki, D. Wilczynska-Sztyma, *On fuzzy rules and defuzzification functionals for Ordered Fuzzy Numbers*, in: *Proc. of AI-Meth'2009 Conference*, "AI-METH Series" 2009 November, pp. 161-178; W. Kosinski, D. Wilczynska-Sztyma, *Defuzzification and Implication Within Ordered Fuzzy Numbers*, in: *Fuzzy Systems (FUZZ)*, "2010 IEEE International Conference on Computational Intelligence" 2010, pp. 1-7.

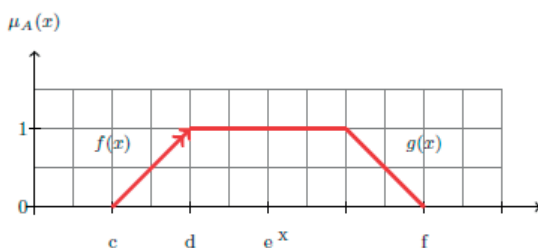
⁸ J. M. Czerniak, W. T. Dobrosielski, I. Filipowicz, *Comparing fuzzy numbers using defuzzifiers on ofn shapes*, in: Prokopowicz, P., Czerniak, J.M., Mikołajewski, D., Apiecionek, L., Slezak, D. (eds.) *Theory and Applications of Ordered Fuzzy Numbers. A Tribute to Professor Witold Kosinski*, "Studies in Fuzziness and Soft Computing", Springer 2017, pp. 99-132; J.M. Czerniak, *Zastosowania skierowanych liczb rozmytych w wybranych algorytmach optymalizacji rojowej*, 2019.

Dla przedstawionego na Rys. 4 trapezoidalnego OFN oznaczonego jako A , kontur zaznaczony przez boki OFN i oś Ox jest wypełniany wirtualnymi ziarnami piasku, zgodnie z Rys. 5. Następnie budowany jest prostokąt i wypełniany wirtualnymi ziarnami piasku. Proces wypełniania polega na wlewaniu piasku pionowo w kolumny, aż do wyczerpania zapasu. Wartość nie-rozmyta liczby znajduje się w punkcie, powyżej którego kończy się ostatnia zapełniona kolumna (Rys. 6). Notacja matematyczna prezentuje się następująco.

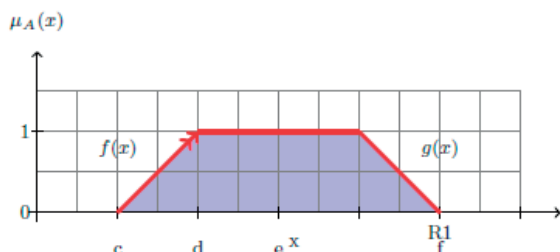
$$MF(A) = \begin{cases} c + r, & \text{dla } (A) \text{ positively oriented number} \\ c - r, & \text{dla } (A) \text{ negatively oriented number} \end{cases} \quad (1.11)$$

gdzie:

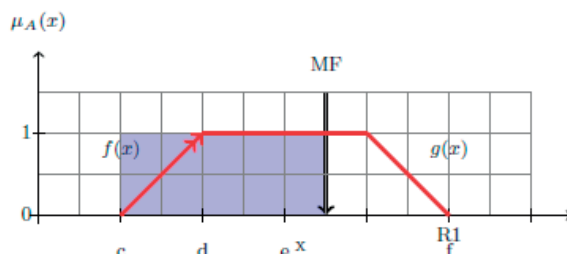
$$r = \frac{1}{d-c} \int_c^d x dx - \frac{c}{d-c} \int_c^d dx + \frac{f}{f-e} \int_f^e dx - \frac{1}{f-e} \int_e^f x dx + \int_d^e dx \quad (1.12)$$



Rysunek 4. Liczba OFN A



Rysunek 5. Wizualizacja działania Czynnika Mandala – krok pierwszy



Rysunek 6. Wizualizacja działania Czynnika Mandala – krok drugi

2. Nowa metoda optymalizacji i jej zastosowanie

Nowa metoda optymalizacji OFNBee powstała poprzez połączenie skierowanych liczb rozmytych z optymalizacją pszczelą. Efekty działania tej metody są przedstawione dalej w niniejszym artykule.

Badania entomologiczne nad tanecznym komunikatem pszczół oraz ilością przekazywanych w nim informacji szybko ujawniły, że obecne algorytmy optymalizacji pszczelej interpretują tę kwestię w sposób powierzchowny. Koncentrują się one głównie na grupowej pracy pszczół, zaniedbując natomiast wymianę informacji między poszczególnymi jednostkami. W takim kontekście istnieje ryzyko utraty unikalnych danych lub wydłużenia procesu poszukiwań. Wykorzystanie uporządkowanych rozmytych liczb do opisanego sposobu, w jaki pszczołki wymieniają informacje, pozwoliło na stworzenie nowej metody optymalizacji, która jest bliższa swojej naturalnej inspiracji.

Badania wykazały istnienie trzech rodzajów tańców wykorzystywanych przez pszczoły do komunikacji odległości do źródeł pożywienia:

- taniec okrężny – gdy źródło pożywienia znajduje się blisko ula,
- taniec wirowy – gdy odległość do źródła przekracza 100 m,
- taniec kosowy – gdy odległość do źródła jest pośrednia.

Badania przeprowadzone przez badaczy entomologii doprowadziły również do wniosku, że taneczny proces stanowi metodę, za pomocą której pszczoły uzgadniają nową lokalizację pożywienia poprzez rodzaj głosowania.

Grupowa praca pszczół przynosi znakomite rezultaty w odnajdywaniu najlepszych źródeł pożywienia. Dzięki współpracy i wymianie informacji pszczoły doskonale optymalizują swoje możliwości i zasoby. Wymiana informacji odgrywa tutaj kluczową rolę. Orientacja – charakterystyczna cecha liczb rozmytych w notacji OFN – umożliwia bardziej naturalne i dokładne odwzorowanie inteligentnego zachowania pszczół. Wykorzystując arytmetykę OFN, możliwe jest osiągnięcie rozwiązań nowej jakości. Hybrydowa metoda wymaga mniejszej liczby pszczół do znalezienia najlepszego rozwiązania.

2.1. Nowa hybrydowa metoda OFNBee

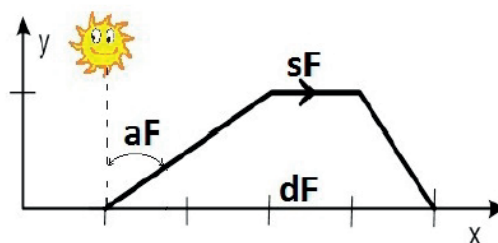
Notacja OFN w optymalizacji pszczelej wydaje się być całkowicie naturalnym sposobem opisu obserwowanych mechanizmów zachowań w ulu, o których wspomniano powyżej. Takie mechanizmy są przedstawione w nowej metodzie za pomocą dedykowanych operatorów rozmytych. Dane wejściowe to informacje przekazywane przez pojedynczą pszczołę, tj.:

- kierunek pożywienia,
- kąt nawigacji w oparciu o słońce,

- długość lotu,
- obfitość pożywienia w źródle.

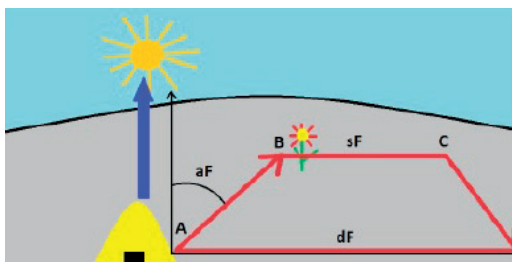
Rysunek 7 przedstawia OFN opisujący informacje dostarczane przez pszczółkę zwiadowcę:

- aF – kąt między słońcem a źródłem pożywienia,
- sF – ilość pożywienia,
- dF – odległość do pożywienia



Rysunek 7. Wyświetlanie liczby OFN w OFNBee

Uporządkowana liczba rozmyta A jest definiowana w następujący sposób. Najpierw, $\text{supp}(A)$ jest ustawiane jako podstawa trapezu. Następnie, rosnące krawędzie $f(x)$ są rysowane pod kątem $90^\circ - aF$. Druga podstawa trapezu jest ustawiana na odległość od punktu przecięcia funkcji $f(x)$ z $y = 1$. Ostatecznie, funkcja opadającej krawędzi $g(x)$ łączy oba końce podstaw trapezu, zgodnie z przedstawieniem na Rys. 8.



Rysunek 8. Graficzna interpretacja liczby OFN w OFNBee

Działanie algorytmu można podzielić na kilka etapów. W pierwszym kroku losowo wybierane są punkty ze przestrzeni rozwiązań, które tworzą tabele aktualnych rozwiązań. Dla każdego elementu tabeli obliczana jest wartość funkcji. Następnie, pszczoły robocze tworzą nową tabelę na podstawie tabeli rozwiązań, obliczając wartości dla nowych punktów i sortując je, aby najlepszy wynik był pierwszym elementem w tabeli.

Kolejnym etapem jest „taniec pszczół”, czyli wymiana informacji na temat najlepszych źródeł pożywienia, czyli najlepszego rozwiązania. Proces ten rozpoczyna się od sprawdzenia, czy nowe źródło pożywienia jest lepsze od najlepszego zapamiętanego źródła. Jeśli nie, wybrany operator rozmyty jest używany do zamglenia wartości z negatywną orientacją; w przeciwnym razie orientacja jest dodatnia. Ta operacja jest wykonywana dla każdej pszczoły roboczej.

Następnie, za pomocą arytmetyki uporządkowanych liczb rozmytych, obliczane jest prawdopodobieństwo. Orientacje liczb zależą od tego, czy wartość nektaru w punkcie jest większa (orientacja dodatnia), czy mniejsza (orientacja ujemna) od aktualnie najwyższej wartości. Ten krok obejmuje defuzyfikację wartości $probaOFN$ za pomocą jednej z wybranych funkcji defuzyfikacji.

Kolejnym etapem jest utworzenie sąsiedztwa. Polega to na losowym wybraniu wartości od 0 do 1 i porównaniu ich z prawdopodobieństwem wyboru zarejestrowanym dla wszystkich wartości funkcji. Jeśli losowa wartość jest mniejsza niż obliczone prawdopodobieństwo wyboru dla danej wartości funkcji, tworzone jest sąsiedztwo zgodnie z procedurą w algorytmie OFNBee. Gdy jednak wybrana liczba jest większa niż prawdopodobieństwo wyboru, wartość w punkcie jest kopiowana.

Na końcu tego etapu obliczana jest wartość funkcji dla nowych punktów, a tabela jest ponownie sortowana. Ten proces powtarzany jest w cyklach, aż osiągnięta zostanie określona liczba epok.

2.2. Konfiguracja parametrów algorytmu OFNBee

Nowy algorytm OFNBee został zaimplementowany w języku R. Algorytm OFNBee posiada szereg opcji konfiguracyjnych. Aby zapewnić jego prawidłowe działanie, konieczne jest określenie operatorów zamglenia i defuzyfikacji, oraz rozmiaru populacji podczas uruchamiania algorytmu. Operatory zamglenia i defuzyfikacji zostały poddane testom w pierwszej fazie eksperymentu. Każda z funkcji rozmytych została przetestowana z jedną z dwóch funkcji defuzyfikacji, a następnie wyniki dla obu przypadków zostały porównane. Każde uruchomienie algorytmu zostało powtórzone 30 razy dla wszystkich kombinacji operatorów zamglenia i defuzyfikacji.

Nowy algorytm OFNBee wykazał swoją wydajność w poprzednim eksperymencie. W celu potwierdzenia jego skuteczności, wybrano kolejne sześć powszechnie znanych i stosowanych funkcji testowych, które są zazwyczaj używane do testowania nowych algorytmów. Wybrane funkcje obejmują: Bukin N.6, Cross-in-tray, Drop Wave, Eggholder, Levy, oraz Holder Table. Funkcje te zostały wybrane, ponieważ ich minimalna wartość różni się od zera, z wyjątkiem funkcji Bukin N.6 i Levy. Dzięki możliwości generowania wyników algorytmu

OFNBee w języku R, możliwa jest bardziej precyzyjna analiza czasu i dokładności. Takie funkcje umożliwiły lepsze porównanie obu algorytmów. Wykorzystanie algorytmów napisanych w tym samym języku i uruchamianych na tym samym sprzęcie zapewnia najbardziej wiarygodne warunki porównania obu rozwiązań.

2.3. Wyniki eksperymentów na funkcjach matematycznych

Ta część eksperymentu prezentuje zestawienie wyników dla najlepszego tradycyjnego algorytmu pszczeli ABC z wykorzystaniem OFNBee w postaci wykresów. Celem wyboru kolejnych funkcji jest sprawdzenie, czy algorytm działa poprawnie. Wartości od 0 do 25 na osi X są uzyskiwane za pomocą odpowiednich funkcji rozmytych beeT:

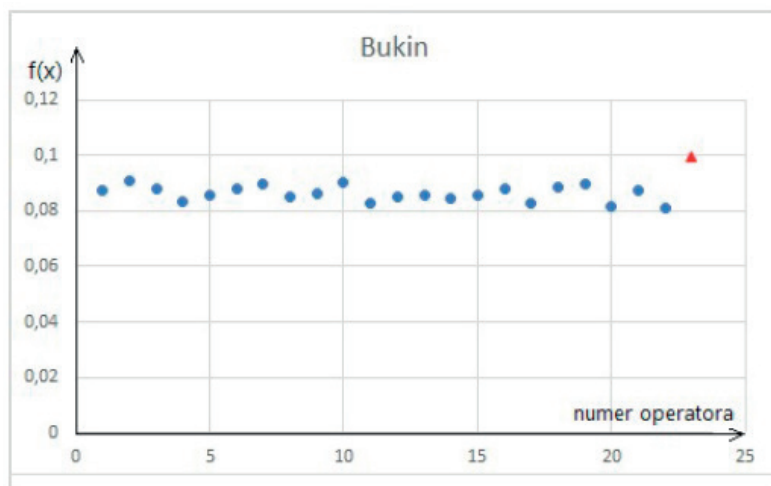
dla funkcji defuzyfikacji GR:

- beeTfp010207,
- beeTfn010205,
- beeTfn010203,
- beeTfn010405,
- beeTrfn05,
- beeTrfn07,
- beeTrfn11,
- beeTrRfn051,
- beeTrRfn0711,
- beeTrRfp0913,
- beeTrRfn010.

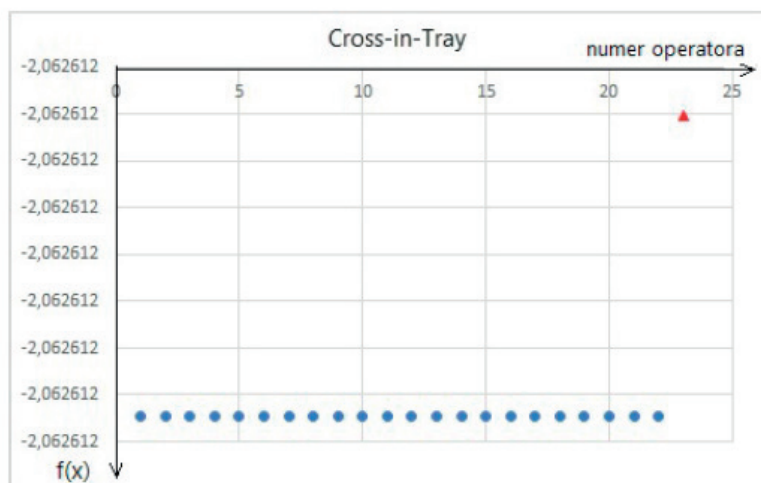
a dla funkcji defuzyfikacji MF:

- beeTfp010207,
- beeTfn010205,
- beeTfn010203,
- beeTfn010405,
- beeTrfn05,
- beeTrfn07,
- beeTrfn11,
- beeTrRfn051,
- beeTrRfn0711,
- beeTrRfp0913,
- beeTrRfn010.

Ostatnia wartość oznaczona na wykresach to wynik algorytmu ABC (czerwony trójkąt). Wszystkie funkcje zostały uruchomione 30 razy dla każdej kombinacji funkcji zamglenia i defuzyfikacji, a obliczona średnia została oznaczona niebieską kropką na wykresie.

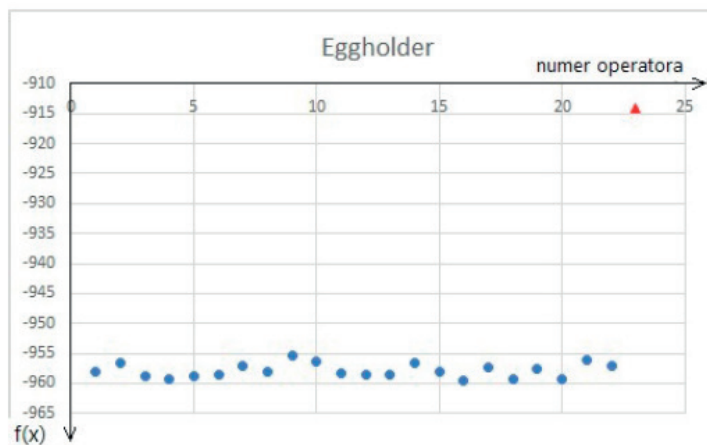


Rysunek 9. Wyniki 30 niezależnych uruchomień OFNBee dla funkcji Bukin. Niebieskie punkty oznaczają kolejne wartości OFNBee przy użyciu różnych funkcji zamglenia i defuzyfikacji. Czerwony trójkąt oznacza najlepszy wynik uzyskany przez algorytm ABC



Rysunek 10. Wyniki 30 niezależnych uruchomień OFNBee dla funkcji Cross-in-tray. Niebieskie punkty oznaczają kolejne wartości OFNBee przy użyciu różnych funkcji zamglenia i defuzyfikacji. Czerwony trójkąt oznacza najlepszy wynik uzyskany przez algorytm ABC

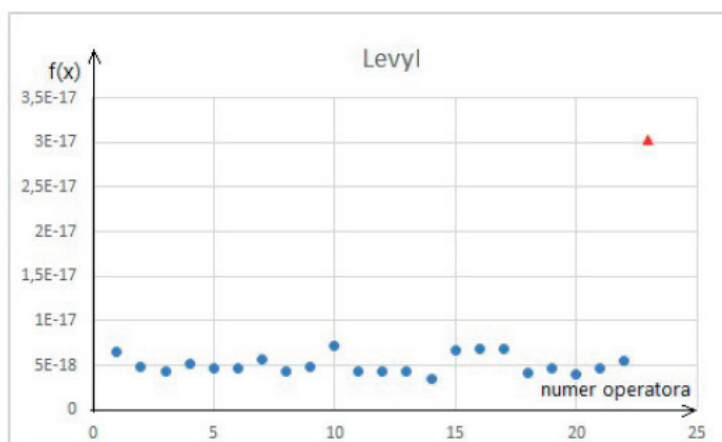
Analogiczna sytuacja występuje na Rysunku 10 dla funkcji Cross-in-tray, gdzie nowa metoda osiąga lepsze wyniki niż ABC dla wszystkich operatorów zamglenia i defuzyfikacji. Jednocześnie, operatory zamglenia i defuzyfikacji dają ten sam wynik dla tej funkcji.



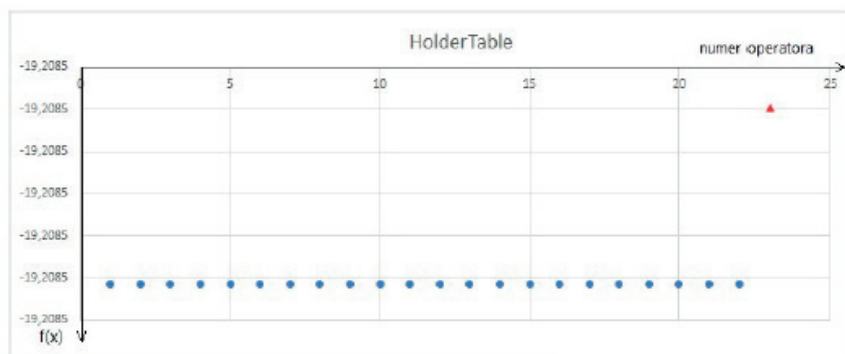
Rysunek 11. Wyniki 30 niezależnych uruchomień OFNBee dla funkcji Eggholder. Niebieskie punkty oznaczają kolejne wartości OFNBee przy użyciu różnych funkcji zamglenia i defuzyfikacji. Czerwony trójkąt oznacza najlepszy wynik uzyskany przez algorytm ABC

W przypadku funkcji Eggholder, jak przedstawiono na Rysunku 11, nowa metoda okazała się znacznie lepsza dla wszystkich operatorów zamglenia i defuzyfikacji. Wyniki były podobne dla funkcji Levy (Rys.11). Algorytm ABC, oznaczony czerwonym trójkątem, wskazuje, że OFNBee wypada znacznie lepiej w tej funkcji.

Dla funkcji Holder Table, wynik na Rysunku 12 pokazuje, że nowa metoda osiąga dokładnie oczekiwany punkt, niezależnie od wybranych operatorów zamglenia i defuzyfikacji.



Rysunek 11. Wyniki 30 niezależnych uruchomień OFNBee dla funkcji Levy. Niebieskie punkty oznaczają kolejne wartości OFNBee przy użyciu różnych funkcji zamglenia i defuzyfikacji. Czerwony trójkąt oznacza najlepszy wynik uzyskany przez algorytm ABC



Rysunek 12. Wyniki 30 niezależnych uruchomień OFNBee dla funkcji Holder Table. Niebieskie punkty oznaczają kolejne wartości OFNBee przy użyciu różnych funkcji zamglenia i defuzyfikacji. Czerwony trójkąt oznacza najlepszy wynik uzyskany przez algorytm ABC

2.4. Dyskusja wyników

Na Rysunku 9 zaprezentowano wyniki dla funkcji Bukin N.6, gdzie zaobserwowano, że wyniki dla nowej hybrydowej metody OFNBee są bliższe oczekiwanemu wynikowi 0 w porównaniu z algorytmem ABC. Dla funkcji Cross-in-tray, gdzie globalna wartość minimalna wynosi $-2,06261$, wyniki obu algorytmów przedstawiono na Rysunku 10. Stwierdzono, że wszystkie konfiguracje nowej metody osiągają lepsze wyniki niż algorytm ABC. Zarówno nowa metoda, jak i ABC dla funkcji Drop Wave generowały te same wyniki -1 , zgodnie z globalnym minimum w punkcie -1 . W związku z tym, można przypuszczać, że nowa hybrydowa metoda optymalizacji jest w tym przypadku równie skuteczna jak ABC. Dla funkcji Eggholder, której minimum wynosi $-959,6407$, wyniki algorytmu ABC są gorsze niż wyniki OFNBee, jak przedstawiono na Rysunku 11. Podobnie w przypadku funkcji Levy, która osiąga globalne minimum w punkcie 0, nowa metoda OFNBee uzyskała lepsze wyniki (Rys.12). Interesującym przypadkiem jest funkcja Holder Table, która osiąga globalne minimum w punkcie $-19,2085$, i jej kształt często sprawia problemy w metodach optymalizacji. OFNBee trafiła dokładnie w globalne minimum, podczas gdy algorytm ABC osiągnął gorsze wyniki. Jak można zauważyć na powyższych przykładach, nowa hybrydowa metoda osiąga lepsze lub porównywalne wyniki w porównaniu do ABC, ale nigdy gorsze. Wynika to z użycia uporządkowanych liczb rozmytych we współpracy z optymalizacją pszczelą, co daje bardzo dobre rezultaty. Funkcje zamglenia i defuzyfikacji mają bardzo duży wpływ na działanie algorytmu. Nie można wykluczyć, że inne funkcje mogłyby jeszcze bardziej poprawić wyniki w porównaniu do klasycznych algo-

rytmów optymalizacji. W niektórych przypadkach algorytm OFNBee osiągnął ten sam wynik co ABC, ale średni czas był krótszy w nowej metodzie.

Podsumowanie

Nowa hybrydowa metoda OFNBee charakteryzuje się wykorzystaniem trzech grup pszczół, jednak dzięki zastosowaniu notacji OFN i kluczowej cechy OFN, jaką jest orientacja, algorytm jest w stanie znaleźć rozwiązanie znacznie szybciej przy mniejszej liczbie pszczół w grupach.

Ze względu na ich właściwości, uporządkowane liczby rozmyte mogą bardzo dobrze odzwierciedlać sposób podejmowania decyzji w ulu podczas tańca prawdziwych pszczół.

Nowa metoda korzysta z operatorów zamglenia i defuzyfikacji, a wynik algorytmu jest determinowany przez kombinację tych operatorów. Ponadto, nie można wykluczyć, że wybór odpowiednich operatorów w kontekście rozwiązywanego problemu może znacząco wpłynąć na wyniki uzyskiwane przez OFNBee.

References

Bibliografia

- Czerniak J. M., Dobrosielski W. T., Filipowicz I., *Comparing fuzzy numbers using de fuzzifiers on ofn shapes*, in: Prokopowicz P., Czerniak J.M., Mikołajewski D., Apiecionek L., Slezak D. (eds.), *Theory and Applications of Ordered Fuzzy Numbers. A Tribute to Professor Witold Kosinski*, "Studies in Fuzziness and Soft Computing" 2017, pp. 99-132.
- Czerniak J. M., Zarzycki H., *Artificial Acari Optimization as a new strategy for Global Optimization of Multimodal Functions*, "Journal of Computational Science" 2017.
- Czerniak J. M., *Zastosowania skierowanych liczb rozmytych w wybranych algorytmach optymalizacji rojowej*, Bydgoszcz 2019.
- Das S., Biswas A., Dasgupta S., Abraham A., *Bacterial Foraging Optimization Algorithm: Theoretical Foundations, Analysis, and Applications*, Springer, Berlin, Heidelberg 2009, pp. 23-55.
- Galas K., *Drive unit as a replacement for the platform*, "Studies and Materials in Applied Computer Science" 2020, 12(1), 10-14 (ISSN 1689-6300).
- Izuk B., Piechowiak M., *The impact of ant colony optimization parameters on the connections efficiency in networks*, "Studies and Materials in Applied Computer Science" 2020, 12(2), 4-9 (ISSN 1689-6300).
- Kosinski W., Piasecki W., Wilczynska-Sztyma D., *On fuzzy rules and defuzzification functionals for Ordered Fuzzy Numbers*, in: *Proc. of AI-Meth'2009 Conference*, "AI-METH Series" 2009 November, pp. 161-178. Gliwice 2009.
- Kosinski W., Wilczynska-Sztyma D., *Defuzzification and Implication Within Ordered Fuzzy Numbers*, in: *Fuzzy Systems (FUZZ)*, 2010 IEEE International Conference on Computational Intelligence, IEEE 2010, pp. 1-7.
- Kosinski W., *On Defuzzification of Ordered Fuzzy Numbers*, in: *Artificial Intelligence and Soft Computing - ICAISC 2004*, "Lecture Notes in Computer Science" 2004, vol. 3070, pp. 326-331.

- Kwasnicka H. S., Markowska-Kaczmar, U., Kwasnicka, H., *Metody inspirowane naturą w zastosowaniach*, 2011.
- Kwasnicka H. S., *Multi objective particle swarm optimization using fuzzy logic*, 2011.
- Lukowski, J., *Logical description of a combinatorial system by the binary representation method*, "Studies and Materials in Applied Computer Science" 2019, 11(1), 10-12 (ISSN 1689-6300).
- Meng X., Liu Y., Gao X., Zhang H., *A New Bio-inspired Algorithm: Chicken Swarm Optimization*, in: Tan Y., Shi Y., Coello C.A.C. (eds.) *Advances in Swarm Intelligence*, Cham 2014, pp. 86-94.
- Pham D.T., Negm M., Otri S., *Using the bees algorithm to solve a stochastic optimization problem*. *4th International Virtual Conference on Intelligent Production Machines and Systems (IPROMS)*, Dunbeath 2008, pp. 454-461.
- Polberg S., Paprzycki M., Ganzha M., *Developing intelligent bots for the diplomacy game*, in: M. Ganzha, et.al. (eds.), *Proceedings of the 2011 Federated Conference on Computer Science and Information Systems*, Los Alamitos 2011, pp. 589-596.
- Wilczynska-Sztyma D., Wielki K., *Direction of Research into Methods of Defuzzification for Ordered Fuzzy Numbers*. XII International PhD Workshop OWD 2010, 23-26 October 2010 (07 2019).
- Zadeh L., *Fuzzy sets*. "Information and Control" 1965, 8(3), 338-353, <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S001999586590241X>.